

MINISYMPOSIUM

“Comment rendre un système algébrique moins non linéaire : corésolution, préconditionnement et préaplatissement”

Mounir HADDOU, IRMAR, INSA Rennes - Rennes
Quang Huy TRAN, IFPEN - Rueil-Malmaison
Ibtihel BEN GHARBIA, IFPEN - Rueil-Malmaison

Dans ce minisymposium, nous présentons quatre travaux doctoraux récents concernant la résolution numérique des systèmes d'équations algébriques non linéaires. Le point commun des systèmes considérés est la forte raideur associée aux non-linéarités du système, laquelle est à l'origine des problèmes de lenteur voire de non convergence lors de la résolution numérique par une méthode de type Newton. Se pose alors la question de savoir comment améliorer la robustesse et la rapidité de l'algorithme de base. À cette fin, plusieurs voies sont explorées.

Lorsque le système algébrique provient de la discrétisation d'un problème d'évolution, le pas de temps joue un rôle prépondérant dans la difficulté rencontrée. Plus il est grand, plus on économise en nombre d'itérations temporelles mais plus ardue sera chacune d'entre elles. À l'inverse des heuristiques de gestion du pas de temps, l'approche de *corésolution* se propose de trouver le compromis idéal entre la grandeur du pas de temps et la raideur de chaque itération temporelle en considérant le pas de temps comme une inconnue à part entière et en lui adjoignant des contraintes issues des hypothèses du théorème de convergence de Newton-Kantorovich.

Sans toucher au pas de temps, une idée alternative consiste à identifier dans le système les degrés de liberté “sensibles” et à les éliminer. En effet, on constate que dans un système de grande taille, seul un petit nombre de “mauvaises” inconnues/équations sont responsables de la dégradation de Newton. Ce sont par exemple les variables/résidus au voisinage d'un front. L'élimination revient alors à déployer une procédure à deux pas : (1) on évalue les mauvaises inconnues en fonction des bonnes variables et à partir des mauvaises équations ; (2) on substitue les valeurs obtenues dans les équations restantes. Elle s'interprète comme un *préconditionnement* à droite.

Enfin, une démarche plus originale désignée par le vocable de *préaplatissement* préconise de procéder formellement comme un préconditionnement au sens où l'on transforme le système de départ en un autre avant d'appliquer Newton, mais elle est munie d'un ingrédient supplémentaire qui est une mesure de la non-linéarité du système, appelée “platitude”. Celle-ci régit également la vitesse de convergence locale de Newton et bénéficie d'un statut semblable à la notion de conditionnement vis-à-vis d'un système linéaire. La transformation du système doit être opérée de sorte à diminuer cette platitude.

Les orateurs et titres presentis sont :

1. COUVEZ Antonin, CEA Saclay. “Optimisation numérique pour les problèmes couplés de Thermo-hydraulique-Transport-Chimie”.
2. BRANCHU-HAREL Arthur, INSA Rennes. “Solveurs implicites avec corésolution du pas de temps pour les problèmes d'évolution en géosciences”.
3. MARELLI Alessandra, Université Côte d'Azur. “Préconditionnement non linéaire pour la résolution des problèmes avec fortes hétérogénéités en géosciences”.
4. DANG Ngoc Do Quyen, IFPEN. “Accélération des méthodes de type Newton pour les systèmes non linéaires par des techniques de préaplatissement”.