

Schéma volumes finis pour l'équation de Richards avec plusieurs types de roches sur des maillages polygonaux

El-Houssaine QUENJEL, MIA - La Rochelle
Yannis LEBRUN, MIA - La Rochelle

Les réserves d'eau potable diminuent régulièrement à l'échelle mondiale en raison du changement climatique, de la salinisation et de la surexploitation. La modélisation et la simulation numérique permettent de prévoir la contamination des sous-sols et de suivre l'évolution des niveaux d'eau souterraine. Dans cette étude, nous nous intéressons à l'équation de Richards qui régit l'écoulement non saturé dans les milieux poreux sous l'action de la capillarité et de la gravité. Dans des environnements souterrains réalistes, cette équation doit être résolue dans des milieux où apparaissent de fortes discontinuités des propriétés hydrogéologiques aux interfaces entre différents types de roches. Ces discontinuités soulèvent des difficultés de modélisation et d'approximation, telles que la conservation des flux aux interfaces ou la régularité de la solution. Bien que des travaux antérieurs aient traité le cas des maillages orthogonaux [1], de tels maillages ne permettent pas de représenter des géométries complexes, et les méthodes existantes présentent des limitations en termes de robustesse, de précision d'ordre supérieur et de coût computationnel [2]. La méthode des Volumes Finis à Dualité Discrète (DDFV) constitue une alternative intéressante, car elle permet de traiter des maillages polygonaux généraux (qui ne satisfont pas nécessairement la condition d'orthogonalité requise pour les maillages de volumes finis) [3] tout en garantissant la conservation locale des flux. La modélisation de l'équation de Richards dans des hydrosystèmes hétérogènes nécessite une discrétisation capable de prendre en compte la nature multi-échelle du problème ainsi qu'un traitement adéquat des interfaces, tout en conservant un nombre raisonnable d'inconnues afin de maîtriser le coût de calcul. Cette étude examine la formulation DDFV associée à des traitements d'interface permettant de gérer ces discontinuités au moyen de plusieurs cas tests. Elle vise également à développer un solveur robuste offrant une meilleure précision. Cet objectif est particulièrement important pour des applications telles que la gestion des eaux souterraines.

- [1] S. Bassetto, C. Cancès, G. Enchéry, Q.-H. Tran. *Upstream mobility finite volumes for the Richards equation in heterogenous domains*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **55(5)**, 2101–2139, 2021. doi :10.1051/m2an/2021047.
- [2] M. W. Farthing, F. L. Ogden. *Numerical Solution of Richards' Equation : A Review of Advances and Challenges*. Soil Science Society of America Journal, **81(6)**, 1257–1269, 2017. doi : 10.2136/sssaj2017.02.0058.
- [3] E. H. Quenjel. *Positive Scharfetter-Gummel finite volume method for convection-diffusion equations on polygonal meshes*. Applied Mathematics and Computation, **425**, 127071, 2022. doi : 10.1016/j.amc.2022.127071.