

Ondes discrètes, stabilité et phénomènes de bord dans les schémas numériques

Benjamin BOUTIN, Institut de Recherche Mathématique de Rennes - Rennes

L'analyse numérique des schémas aux différences finies pour les problèmes d'évolution est classiquement menée par l'analyse de Fourier et de Von Neumann, particulièrement naturelle en domaine périodique et pour des coefficients constants. Le symbole de l'opérateur d'évolution discret permet dans ce cas d'identifier les propriétés de consistance, de stabilité, de dissipation ou de dispersion du schéma numérique. Celles-ci sont étroitement liées à la dynamique des paquets d'ondes et à la relation de dispersion discrète.

Dans les applications, un traitement spécifique des bords numériques est souvent employé afin de tronquer artificiellement le domaine de calcul et/ou d'incorporer des conditions aux limites physiques. L'analyse de stabilité devient alors un problème spectral plus global. En l'occurrence les interactions entre ondes discrètes et conditions de bord peuvent conduire à des instabilités de différentes natures, à l'apparition de couches limites numériques, de réflexions parasites au bord, etc.

L'exposé présentera plusieurs aspects de cette analyse spectrale et dynamique des schémas numériques pour l'approximation d'EDP hyperboliques, avec notamment l'utilisation de fonctions de stabilité discrètes : les déterminants de Kreiss–Lopatinskii associés aux schémas avec bord.

Cet exposé s'inscrit dans les thématiques du projet ANR HEAD (« Hyperbolic Evolutions, Approximations & Dynamics »), consacré à l'analyse de la dynamique en temps long des EDP hyperboliques non-linéaires d'ordre un et de leurs approximations par des schémas numériques, par limite de faible viscosité ou de faible dispersion.