

## Couplage de la décomposition de domaine (OSWR) avec un algorithme de projection de pression

**Caroline JAPHET**, Univ. Sorbonne Paris Nord, LAGA - Villetaneuse

**Valentin KRAEMER**, Univ. Sorbonne Paris Nord, LAGA / CEA Saclay, SGLS - Gif sur Yvette

**Pascal OMNES**, Univ. Sorbonne Paris Nord, LAGA / CEA Saclay, SGLS - Gif sur Yvette

**Elie SAIKALI**, Univ. Paris-Saclay, CEA Saclay, SGLS - Gif sur Yvette

La résolution monolithique de la vitesse et de la pression pour les écoulements incompressibles (Stokes, Navier-Stokes) devient difficile lorsque le nombre d'inconnus augmente considérablement. C'est la raison pour laquelle, les codes massivement parallèles comme Trust-TrioCFD adoptent une méthode de découplage du système vitesse pression dans la lignée des méthodes de Chorin-Témam [3, 5].

Ces méthodes dites de "projection de pression" consistent à résoudre successivement deux EDP :

- un problème parabolique sur une vitesse intermédiaire ne vérifiant pas la contrainte de divergence nulle, tout en explicitant la pression,
- un problème elliptique en pression afin de fixer la contrainte de divergence nulle sur la vitesse au temps suivant.

Des conditions homogènes pour ces deux problèmes assurent une décomposition de Hodge et facilitent grandement la preuve de convergence de ces méthodes [4].

Dans un même temps, un algorithme de décomposition de domaine sans recouvrement à l'aide d'un algorithme de relaxation d'onde de Schwarz optimisé (OSWR) est proposé, dans la continuité des travaux de [2, 1] pour le problème monolithique. Cela permet ainsi de résoudre en parallèle des problèmes locaux espace-temps sur des sous-domaines formant une partition du domaine global. Cependant, les données transmises à l'interface entre les différents domaines étant de nature inhomogène, un choix astucieux de conditions de transmission est proposé afin de coupler OSWR avec l'algorithme de projection.

Dans cet exposé, nous présentons l'analyse de l'algorithme couplé OSWR/Projection de pression pour les équations de Stokes. Nous présentons l'algorithme et proposons deux jeux de conditions de transmissions. Nous donnons un résultat de convergence (continu et discret) pour l'un d'entre eux et discutons de l'importance des paramètres optimisés afin de minimiser le nombre d'itérations de la décomposition de domaine. Enfin, nous illustrons les comportements numériques liés aux données de transmissions proposées, pour un problème à deux domaines.

- [1] A. Arnault. *Méthode de décomposition de domaine espace-temps et parallèle en temps pour les écoulements incompressibles et nouvelle analyse de la méthode de relaxation d'onde de Schwarz optimisée*. Theses, Université Paris-Nord - Paris XIII, 2025.
- [2] D. Q. Bui, C. Japhet, P. Omnes. *Optimized Schwarz waveform relaxation method for the incompressible Stokes problem*. ESAIM : M2AN, **58(4)**, 1229–1261, 2024. doi :10.1051/m2an/2024020.
- [3] A. J. Chorin. *Numerical solution of the Navier-Stokes equations*. Mathematics of Computation, **22(104)**, 745–762, 1968. doi :10.1090/S0025-5718-1968-0242392-2.
- [4] J. L. Guermond, P. Mineev, J. Shen. *An overview of projection methods for incompressible flows*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **195(44)**, 6011–6045, 2006. doi : 10.1016/j.cma.2005.10.010.
- [5] R. Témam. *Sur l'approximation de la solution des équations de Navier-Stokes par la méthode des pas fractionnaires (II)*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, **33(5)**, 377–385, 1969. doi :10.1007/BF00247696.