

Schémas asymptotiquement préservants

Marie-Hélène VIGNAL, Institut Camille Jordan - Lyon

Dans de nombreuses applications, plusieurs échelles physiques, petites et grandes, coexistent c'est le cas notamment en mécanique des fluides ou en physique des plasmas. Très souvent, les petites échelles ont un impact important sur le coût des simulations numériques car, en l'absence de schémas spécifiques, les maillages en espace et/ou en temps doivent résoudre les plus petites d'entre elles. Dès lors, la construction de méthodes numériques performantes pour la résolution de tels problèmes multi-échelles constitue un challenge numérique important.

En pratique, ces modèles multi-échelles dépendent d'un ou de plusieurs paramètres adimensionnés, que l'on peut noter génériquement ε . Ce paramètre ε peut alors être très petit dans certaines zones du domaine d'étude et d'ordre 1 dans d'autres.

Un des moyens permettant de réaliser des simulations numériques de tels modèles avec un coût abordable, consiste à développer des schémas asymptotiquement préservants. Ces schémas sont stables uniformément par rapport au paramètre ε , il est donc possible d'utiliser des maillages indépendants des échelles présentes. On dit alors que ces schémas sont asymptotiquement stables dans la limite asymptotique $\varepsilon \rightarrow 0$. Par ailleurs, dans les zones où le paramètre ε est très petit, ces schémas redonnent une discrétisation du modèle limite obtenu en faisant tendre ε vers 0. On dit alors que ces schémas sont asymptotiquement consistants. De tels schémas asymptotiquement stables et consistants sont dits asymptotiquement préservants dans la limite $\varepsilon \rightarrow 0$ parce qu'ils préservent cette limite.

Dans cet exposé, je me concentrerai sur deux cas particuliers : les schémas qui préservent la limite de faibles nombres de Mach pour les équations d'Euler ou Navier-Stokes, et ceux qui préservent la limite quasi-neutre pour les équations de Vlasov-Poisson.

J'aborderai les principales difficultés liées à la simulation numérique de ces problèmes et montrerai comment les schémas asymptotiquement préservants permettent de les surmonter.