

Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés

Quentin HOUSSIER, CMAP - Palaiseau

Baptiste DARBOIS-TEXIER, FAST - Orsay

Georges GAUTHIER, FAST - Orsay Loïc GOUARIN, CMAP - Palaiseau

Aline LEFEBVRE-LEPOT, CNRS, Centre Borelli - Gif Sur Yvette

Dans cet exposé, on s'intéresse à la simulation de milieux granulaires denses constitués de particules macroscopiques enduites d'un fluide visqueux. Ces systèmes mettent en jeu des interactions proches (lubrification par le fluide interstitiel et contacts solides) qui sont également au cœur de la physique des suspensions. Leur comportement macroscopique, illustré par exemple par les coulées de boue après un épisode pluvieux, demeure particulièrement complexe et encore mal compris.

La simulation numérique de ces systèmes constitue un outil clé pour comprendre ces phénomènes. La modélisation des contacts entre grains est déterminante, car elle induit des interactions singulières nécessitant des schémas numériques adaptés. On se place ici dans le cadre de la dynamique des contacts développée par J.J. Moreau, fondée sur l'analyse convexe non lisse.

De tels schémas ont été développés pour les contacts secs avec friction [1] et avec lubrification [2]. À chaque pas de temps, ils conduisent à la résolution d'un problème de minimisation sous contraintes convexes, où les forces de contact s'interprètent comme des multiplicateurs de Lagrange. Le passage au problème dual permet de les reformuler dans un cadre unifié, où les forces minimisent une même énergie discrète sous des contraintes dépendant du modèle considéré.

Des résultats expérimentaux montrent la nécessité de prendre en compte conjointement les effets de lubrification et les contacts frottants [3]. Dans ce cadre, nous proposons un modèle décrivant la transition entre régimes visqueux et solides, ainsi qu'un schéma numérique associé. La difficulté principale réside dans la non-régularité des variables gouvernant cette transition. On montre enfin que, dans le cas sans frottement, le schéma converge vers le modèle continu lorsque le pas de temps tend vers zéro.

Le problème incrémental (passage d'un pas de temps à l'autre) est un problème d'optimisation sous contrainte non classique : il se caractérise par la présence de contraintes non convexes induites par le modèle proposé. Celui-ci est résolu grâce à un algorithme de type gradient projeté accéléré couplé à un algorithme de point fixe. Dans cette présentation, on montrera que l'algorithme ainsi obtenu converge vers la solution du problème incrémental d'optimisation. Enfin, des simulations numériques viennent illustrer la convergence effective de l'algorithme et permettent de situer ses performances au regard d'approches existantes.

- [1] H. Bloch, A. Lefebvre-Lepot. *On convex numerical schemes for inelastic contacts with friction*. ESAIM : Proceedings and Surveys, **75**, 24–59, 2023.
- [2] A. Lefebvre. *Numerical simulation of gluey particles*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **43(1)**, 53–80, 2009.
- [3] H. Perrin, M. Wyart, B. Metzger, Y. Forterre. *Nonlocal effects reflect the jamming criticality in frictionless granular flows down inclines*. Physical Review Letters, **126(22)**, 228002, 2021.