

Construction d'une méthode hybride déterministe-stochastique qui préserve le comportement asymptotique des modèles cinétiques ES-BGK

Céline BARANGER, CEA - Le Barp

Alexis COËPEAU, Institut de Mathématiques de Bordeaux, CEA - Talence, Le Barp

Luc MIEUSSENS, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Talence

La résolution numérique d'un modèle cinétique de la dynamique des gaz raréfiés est classiquement abordée avec une méthode soit particulière, soit déterministe. Malheureusement, les approches déterministes reposent généralement sur des modèles discrets en vitesse, dont la résolution est très coûteuse numériquement. À l'inverse, les méthodes purement stochastiques deviennent inefficaces à mesure que le régime d'écoulement devient continu, car ces méthodes contraignent le pas de temps numérique à être plus petit que le temps moyen entre collisions de particules. De fait, la simulation numérique d'écoulements raréfiés s'appuie donc souvent sur un cadre numérique fragmenté, dans lequel un solveur Navier-Stokes ou une méthode particulière est utilisé en fonction du régime d'écoulement.

La méthode « Unified Gas-Kinetic Wave-Particle » (UGKWP) est conçue comme une approche unique couvrant l'ensemble des nombres de Knudsen [2]. Son idée centrale consiste à décomposer la distribution du gaz en deux composantes complémentaires : la première représente le gaz à l'équilibre, évoluant à l'aide de flux numériques macroscopiques et déterministes, tandis que la seconde représente le gaz hors-équilibre à l'aide de particules numériques.

La décomposition selon ces deux contributions s'adapte localement à la fois au régime de l'écoulement et à son échelle de résolution numérique. Dans la limite du régime libre moléculaire, la méthode se réduit à une approche stochastique particulière ; dans la limite aérodynamique, elle dégénère en un schéma cinétique déterministe de type volumes finis cohérent avec les équations de Navier-Stokes ; enfin, dans le régime de transition, le schéma adopte un comportement hybride dans lequel les deux contributions coexistent et interagissent au sein d'une formulation unifiée.

Après avoir introduit la méthode UGKWP, nous en illustrons la flexibilité en considérant son adaptation aux modèles BGK statistiquement ellipsoïdaux (ES-BGK) [1, 3]. Ces modèles étendent le cadre BGK classique en restituant un nombre de Prandtl correct et en prenant en compte les modes d'énergie interne des molécules diatomiques. Cette adaptation est particulièrement délicate en raison de l'anisotropie de la distribution d'équilibre et de la présence de relaxations raides des énergies internes.

- [1] Y. Dauvois, J. Mathiaud, L. Mieussens. *An ES-BGK model for polyatomic gases in rotational and vibrational nonequilibrium*. European Journal of Mechanics - B/Fluids, **88**, 1–16, 2021. doi : 10.1016/j.euromechflu.2021.02.006.
- [2] C. Liu, Y. Zhu, K. Xu. *Unified gas-kinetic wave-particle methods I : Continuum and rarefied gas flow*. Journal of Computational Physics, **401**, 108977, 2020. doi :10.1016/j.jcp.2019.108977.
- [3] J. Mathiaud, L. Mieussens, M. Pfeiffer. *An ES-BGK model for diatomic gases with correct relaxation rates for internal energies*. European Journal of Mechanics - B/Fluids, **96**, 65–77, 2022. doi :10.1016/j.euromechflu.2022.07.003.