

Adaptive Sampling in PINNs through the lens of Kernel Theory

Nilo SCHWENCKE, OCKHAM-LIP - ENS Lyon

Sheng WAN, 2d year - École polytechnique

Cyriaque ROUSSELOT, TAU-INRIA Saclay - University of Bonn

Shorouk EL HASSANIEH, Centre Borelli - ENS Paris-Saclay

Alena SHILOVA, TAU-LISN - INRIA Saclay

Cyril FURTLERHNER, TAU-LISN - INRIA Saclay

English version : Adaptive collocation is a key lever in physics-informed neural networks (PINNs), yet existing strategies—RAR, RAD, PINNACLE—are largely unrelated heuristics. This work reinterprets PINN adaptive sampling as *target-dependent point selection in a reproducing kernel Hilbert space*. The solver ANaGRAM makes this dictionary explicit : one step amounts to kernel regression of the PDE residual via the empirical NTK, yielding three actionable quantities at every iteration—residual (target), power function (novelty), leverage (actionability)—that map the classical f -, P -, fP -, f/P -greedy rules onto the PINN setting.

Based on this framework, we propose two new strategies :

- *leverage-RAR* : drops redundant low-leverage points and inserts high-residual candidates.
- *greedy Woodbury exchange* : leverages Leave-one-out (LOO) and Leave-one-in (LOI) scores, theoretically grounded in our natural-gradient setting.

We also present preliminary results on *learning* collocation positions as optimization variables within the same natural-gradient framework.

Version française : L'échantillonnage adaptatif des points de collocation est un problème clé dans les PINNs, mais les stratégies existantes—RAR, RAD, PINNACLE—restent largement des heuristiques sans véritable lien théorique commun. Ce travail réinterprète l'échantillonnage adaptatif comme une *sélection de points dépendante de la cible dans un espace de Hilbert à noyau reproduisant*. Le solveur ANaGRAM rend ce dictionnaire explicite : une étape équivaut à une régression à noyau du résidu de l'EDP via le NTK empirique, faisant apparaître trois quantités actionnables —résidu (cible), fonction puissance (nouveau), levier (actionnabilité)— qui placent les règles gloutonnes classiques f -, P -, fP -, f/P dans le cadre PINN.

Sur cette base, nous proposons deux nouvelles stratégies :

- *leverage-RAR* : supprime les points redondants à faible levier et insère les candidats à résidu élevé.
- *échange de Woodbury glouton* : exploite les scores Leave-one-out (LOO) et Leave-one-in (LOI), fondés théoriquement dans notre cadre de gradient naturel.

Nous présentons également des résultats préliminaires sur l'*apprentissage* des points de collocation comme variables d'optimisation dans le même cadre de gradient naturel.