

LIVRE DES RÉSUMÉS

CANUM 2026

SAINT-JACUT-DE-LA-MER

1 – 5 juin 2026

Conférenciers invités

- Benjamin Boutin
- Charles-Edouard Bréhier
- Marie Doumic
- Amaury Hayat
- Charlotte Perrin
- Thomas Rey
- Marie-Hélène Vignal
- Lisl Weynans



Université
de Rennes



Société de Mathématiques
Appliquées et Industrielles

Table des matières

Présentation

1

Mot d'introduction	2
Comités	3
Partenaires	4
Informations pratiques	5

Programme détaillé

7

Lundi 1 Juin 2026	8
Mardi 2 Juin 2026	10
Mercredi 3 Juin 2026	13
Jeudi 4 Juin 2026	15
Vendredi 5 Juin 2026	18

Conférences Plénières

19

Conférence plénière 1 : Benjamin Boutin Ondes discrètes, stabilité et phénomènes de bord dans les schémas numériques	20
Conférence plénière 2 : Charles-Edouard Brehier Schémas préservant la structure pour des équations aux dérivées partielles stochastiques	21
Conférence plénière 3 : Marie Doumic Modélisation mathématique de la dynamique des télomères	22
Conférence plénière 4 : Amaury Hayat How will AI help mathematicians?	23
Conférence plénière 5 : Charlotte Perrin Contraintes de densité et phénomènes de congestion en mécanique des fluides	24
Conférence plénière 6 : Thomas Rey Méthodes numériques de type spectral pour résoudre l'équation de Boltzmann	25

Conférence plénière 7 : Marie-Hélène Vignal	
Schémas asymptotiquement préservants	26
Conférence plénière 8 : Lisl Weynans	
Problèmes inverses en électrocardiographie et en tomographie par impédance électrique	27

Minisymposia

29

Minisymposium 1 : Schémas numériques pour les systèmes hyperboliques	30
MS.1.1 Nora Boulerie	
Analyse et mise en oeuvre numérique d'un modèle dispersif hyperbolique de propagation de vagues	31
MS.1.2 Marie Compain	
A shock-capturing numerical scheme for a non-conservative self-organized hydrodynamics model	32
MS.1.3 Ludovic Martaud	
Solveurs de Riemann approchés partiels pour le traitement de conditions aux bords dissipatives discrètes des équations de Saint-Venant.	33
MS.1.4 Thomas Bellotti	
Strong stability of characteristic discretizations of IBVP : the case of lattice Boltzmann schemes	34
Minisymposium 2 : Geometric integration techniques for the numerical integration of evolutionary problems - Créneau 1	35
MS.2.1 Mathieu Benninghoff	
Second order explicit stabilized multirate method for stiff differential equations with error control	36
MS.2.2 Eugen Bronasco	
Backward Error Analysis of Isospectral Integrators via Lie–Poisson Reduction of Butcher Series	37
MS.2.3 Nassim En-Nebbazi	
Modified equations for the long-time study of stochastic numerical schemes related to optimization	38
MS.2.4 Sébastien Macé	
Exotic forests and new higher order methods for the invariant measure of ergodic SDEs on Riemannian manifolds	39
Minisymposium 3 : Méthodes numériques pour les écoulements raréfiés multi-échelles	40
MS.3.1 Daniele Biasone	
A Comparative Assessment of Moment-Based Closures for Flows at Various Levels of Rarefaction	41
MS.3.2 Alexis Coëpeau	
Construction d'une méthode hybride déterministe-stochastique qui préserve le comportement asymptotique des modèles cinétiques ES-BGK	42
MS.3.3 Julien Mathiaud	
Generalized UGK Scheme in the Diffusive Limit	43
MS.3.4 Thomas Rey	
Sur une hiérarchie de méthodes numériques hybrides cinétiques/fluides pour des équations cinétiques collisionnelles multi-espèces	44
Minisymposium 4 : Modélisation et méthodes numériques multi-échelles pour des équations cinétiques	45
MS.4.1 Domenico Caparello	
Hierarchical dynamic domain decomposition methods for the multiscale Boltzmann equation	46
MS.4.2 Maxime Herda	
Vlasov-Fokker-Planck modeling of relativistic electron beams in storage rings	47
MS.4.3 Hélène Hivert	
Analyse numérique d'une équation cinétique avec une limite Hamilton-Jacobi non locale	48

MS.4.4	Tino Laidin	
	Méthodes hybrides espace-temps pour les équations cinétiques collisionnelles	49
MS.4.5	Kim Han Trinh	
	Numerical simulation of the three dimensional Vlasov-Poisson system in a torus	50
Minisymposium 5 : Geometric integration techniques for the numerical integration of evolutionary problems - Créneau 2		
		51
MS.5.1	Adrien Busnot Laurent	
	On aromatic trees and related algebraic structures for the study of volume-preserving numerical integrators	52
MS.5.2	Oscar Cosserat	
	Generating functions for variational integrators	53
MS.5.3	Yingtong Hou	
	Multi-indices Butcher Series	54
MS.5.4	Loic Le Marrec	
	Sur la structure des équations de la dynamique des poutres et une classification des problèmes associés	55
Minisymposium 6 : Méthodes numériques pour les plasmas		
		56
MS.6.1	Valentin Carlier	
	Finite elements for the simulation of plasma turbulence in the Tokamak boundary	57
MS.6.2	Victor Fournet	
	Non-linear control variate in delta-f methods using symplectic neural networks	58
MS.6.3	Annamaria Massimini	
	Two structure-preserving finite volume schemes for a generalized Poisson–Nernst–Planck system with cross-diffusion	59
Minisymposium 7 : Comment rendre un système algébrique moins non linéaire : corésolution, pré-conditionnement et préaplatissement		
		60
MS.7.1	Arthur Branchu-Harel	
	Co-résolution du pas de temps par optimisation sous contraintes pour les solveurs implicites	61
MS.7.2	Antonin Couvez	
	Condition de convergence de l’algorithme de Newton pour un système de transport-réactif sous cinétique en milieu poreux saturé	62
MS.7.3	Ngoc Do Quyen Dang	
	Acceleration of Newton-like methods for nonlinear algebraic systems by preflattening techniques	63
MS.7.4	Alessandra Marelli	
	Nonlinear preconditioning techniques for unbalanced nonlinear systems	64
Minisymposium 8 : Equations de Vlasov : aspects théoriques et numériques		
		65
MS.8.1	Alain Blaustein	
	A structure preserving scheme for Vlasov-Poisson type models	66
MS.8.2	Bastien Grosse	
	Fully spectral method for the linearized Boltzmann BGK equation	67
MS.8.3	Sever Hirstoaga	
	Modèles asymptotiques et méthode pararéelle pour des équations de Vlasov multi-échelles	68
MS.8.4	Adel Saleh	
	h-adaptive Hybridizable Discontinuous Galerkin methods for the study of diocotron-like equilibria and instabilities of the Guiding-Center model on general geometry	69
MS.8.5	Pauline Vidal	
	Spline interpolation on a multi-patch geometry with an X-point for Vlasov-type equation solved with a BSL method	70
Minisymposium 9 : Modélisation et approximation numérique de systèmes multi-espèces		
		71
MS.9.1	Margherita Castellano	
	Convergence analysis of a finite volume scheme for a phase-field model of a ternary mixture with surfactants	72
MS.9.2	Fabien Lespagnol	
	Convergence analysis of a penalization method for compressible bubbly flows	73
MS.9.3	Annamaria Massimini	
	Structure-preserving hybrid finite volume scheme for an anisotropic cross-diffusion system	74

MS.9.4	Antoine Zurek	Une approche de type preuve assistée par ordinateur pour l'étude du système DPCM . . .	75
Minisymposium 10 : Le sous-sol : de l'eau, du gaz, des fractures, ... et des maths!			76
MS.10.1	Christophe Bourel	Écoulement de l'eau dans les aquifères peu profonds	77
MS.10.2	Pauline Chassonnery	Mécanique du contact dans un milieu poreux fracturé	78
MS.10.3	Ibtissem Lannabi	A posteriori error estimators and adaptivity for CO sequestration	79
MS.10.4	Daniel Zegarra Vasquez	The spectral domain decomposition method GenEO as a robust preconditioner for single-phase flow in fractured porous media	80
Minisymposium 11 : Aspects mathématiques de la modélisation de problèmes issus du vivant . . .			81
MS.11.1	Claire Alamichel	Modèles de dynamique évolutive de populations - modélisation, analyse et simulations numériques à l'aide d'un schéma AP	82
MS.11.2	Tino Laidin	Modélisation cinétique avec contrainte de congestion et application à la dynamique collective de <i>Myxococcus xanthus</i>	83
MS.11.3	Cécile Taing	On the Fisher infinitesimal model without variability	84
MS.11.4	Aleksandra Tomaszek	Model of adipocyte size dynamics under variable energy balance	85
Minisymposium 12 : Modélisation et analyse des plasmas multifluides : méthodes de moments en régime magnétisé et conditions aux limites			86
MS.12.1	Alejandro Alvarez Laguna	Moment models based on a Hilbert expansion for the kinetic equation of electrons in a weakly-ionized plasma	87
MS.12.2	Sacha Dupuy	Numerical stability of Hermite moments system coupled to the Poisson equation	88
MS.12.3	Bastien Grosse	A model of plasma-wall interaction : the dynamical plasma sheath	89
MS.12.4	Zoubair Tazakkati	Plasmas électrons-ions en champs électromagnétiques intenses : approche gyrocinétique et modèle à gyromoments	90
Minisymposium 13 : Méthodes parallèles pour la résolution et la simulation d'équations différentielles			91
MS.13.1	Arthur Arnoult	Algorithme pararéel pour des équations différentielles stochastiques	92
MS.13.2	Valentin Kraemer	Couplage de la décomposition de domaine (OSWR) avec un algorithme de projection de pression	93
MS.13.3	Ari Rappaport	Analyse d'un préconditionneur de décomposition de domaine à deux niveaux pour les équations de Maxwell harmoniques en milieux anisotropes	94
MS.13.4	Antoine Simon	High-order adaptive multistep coupling scheme for multiphysics applications	95
MS.13.5	Teilo Wahl	Une approche de décomposition de domaine pour l'entraînement de réseaux de neurones	96
Minisymposium 14 : Perspectives et avancées récentes en apprentissage pour la résolution numérique d'équations aux dérivées partielles			97
MS.14.1	Frédérique Lecourtier	Enriching continuous Lagrange finite element approximation spaces using neural networks	98
Minisymposium 15 : Modélisation stochastique et simulation de la turbulence			99
MS.15.1	Ramiro Ezequiel Castro Torre	Stochastic modelling for coupled acceleration and velocity gradient in isotropic turbulence	100
MS.15.2	Matthieu Chatelain	A spatio-temporal random synthetic turbulent velocity field : The underlying Gaussian structure and its Lagrangian properties	101

MS.15.3	Paul Maurer	Approximation de mesures multifractales par un système d’Ornstein-Uhlenbeck : convergence faible et application en turbulence lagrangienne.	102
MS.15.4	Clément Morhain	Turbulence synthétique multifractale : modélisation et simulation à l’aide d’ondelettes à divergence nulle et de cascades aléatoires	103
Minisymposium 16 : IA pour les mathématiques			104
MS.16.1	Ahmad Rammal	Formalizing Mathematics at Scale	105
Minisymposium 17 : Quelques applications réelles de l’optimisation et du contrôle optimal			106
MS.17.1	Victor Bertret	Contrôle prédictif et application en économie d’énergie	107
MS.17.2	Agnès Fliscounakis	Méthodes de point intérieur pour le calcul non linéaire des structures : de la programmation conique au recalage paramétrique à grande échelle	108
MS.17.3	Othmane Jerhaoui	Unbounded viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations with mechanical Hamiltonian in Wasserstein space	109
MS.17.4	Hoang Phi Tran	Solving Nonlinear Absolute Value Equations	110
Minisymposium 18 : Adding heterogeneity in models of infectious and inflammatory diseases			111
MS.18.1	Enrique Debrabant	Spectral analysis and global dynamics of a structured SIS model with mutation	112
MS.18.2	Wissam El Hajj	Regimes and mechanisms of inflammation described by reaction-diffusion systems	113
MS.18.3	Hugo Martin	How to Flatten the Curve : Should We Communicate on Incidence or Prevalence to Encourage Self-Isolation?	114
MS.18.4	Clément Monaury	Vaccination behavior and the evolution of pathogen virulence	115

Sessions parallèles

117

Session parallèle 1 : Sessions Parallèles			118
SP.1.1 :	Batoul Al Achaal	Stability of a serially connected piezoelectric-elastic systems with time delay.	118
SP.1.2 :	Michel Kern	Écoulement dans un milieu poreux fracturé : analyse mathématique et numérique d’une formulation mixte	119
SP.1.3 :	Yubo Bai	Lyapunov functions and stability of linear two-dimensional hyperbolic systems	120
SP.1.4 :	Mayssa Mroueh	Résolution de problèmes de transmission dans le domaine temporel en présence d’interfaces non bornées	121
SP.1.5 :	Ana-Maria Orita	Structural analysis of high-order centered compact schemes for wave and beam equations	122
SP.1.6 :	Cédric Sultan	Localization length for elastic waves propagating in layered random media	123
Session parallèle 2 : Sessions Parallèles			124
SP.2.1 :	Raphaël Bulle	Residual based a posteriori error analysis for γ -FEM	124
SP.2.2 :	Madeline Chauvier	Solutions multiples et simulations pour un problème de charges d’espace appliqué aux lignes de transport d’électricité à courant continu haute tension (HVDC)	125

SP.2.3 : Cheima Djemel	
Un modèle réduit exact pour la conception d'un jumeau numérique d'un réseau de distribution d'eau basé sur l'assimilation de données en temps réel	126
SP.2.4 : Anthony Gerber-Roth	
Spectral approach for a homogenization problem using boundary integral operators	127
SP.2.5 : Ezra Rozier	
Modelling internal tides using plane waves : a Plane Wave Discontinuous Galerkin method for the (linearized) rotating shallow water equations.	128
SP.2.6 : Nilo Schwencke	
A unified perspective on PINNs and FEMs	129
Session parallèle 3 : Sessions Parallèles	130
SP.3.1 : Sarah Al Humaikani	
Problèmes de diffraction dans des jonctions de demi-espaces stratifiés	130
SP.3.2 : Ali Assi	
Green Waves and Homogenization for a Hamilton-Jacobi Traffic Flow Model	131
SP.3.3 : Cédric Baudet	
Modèles effectifs pour l'équation de Helmholtz dans un coin avec couche mince	132
SP.3.4 : Jules Berry	
A nonsmooth extension of the Brezzi-Rappaz-Raviart approximation theorem via metric regularity techniques	133
SP.3.5 : Pierre Boulogne	
Diffraction by a rough thin layer on an arbitrary shaped object : the periodic and random cases	134
SP.3.6 : Alexander Mcsweeney-Davis	
Flow rate measurement in a heterogeneous fluid with acoustic waves	135
Session parallèle 4 : Sessions Parallèles	136
SP.4.1 : Matthieu Cadiot	
Preuves assistées par ordinateur pour des EDPs sur \mathbb{R}^n	136
SP.4.2 : Martin Chassard	
Neural Network approximation of the Mortensen observer in high-dimension	137
SP.4.3 : Sofiane Ezzehi	
A Hyper-Reduced Neural Network-Augmented Semi-Smooth Newton Method for Nonlinear Parametric Variational Inequalities	138
SP.4.4 : Romain Lopez Surjus	
A 3D hyperelastic lung model coupled to a 0D representation of the bronchial tree	139
SP.4.5 : Sophie Mauran	
Une extension du filtre de Kalman d'ensemble par méthodes à noyaux	140
SP.4.6 : Léopold Trémant	
Uniform accuracy from geometric high-order averaging	141
Session parallèle 5 : Sessions Parallèles	142
SP.5.1 : Ali Ali Ahmad	
Space-Time Finite Volume Method with Anisotropic Adaptative Mesh for Numerical Fluid Mechanics	142
SP.5.2 : Filippo Brunelli	
Domain decomposition based preconditioning techniques for a unique continuation problem subject to the wave equation	143
SP.5.3 : Ewan Contentin	
Simulation numérique du mouvement d'un cylindre flottant dans le régime de Boussinesq	144
SP.5.4 : Thomas Harbreteau	
An efficient second-order positivity-preserving IMEX finite volume scheme for compressible flows on staggered meshes.	145
SP.5.5 : Josselin Massot	
Méthodes numériques pour des plasmas froids d'électrons hautement électromagnétisés	146
Session parallèle 6 : Sessions Parallèles	147
SP.6.1 : Mouhamad Al Sayed Ali	
Mixed precision implicit numerical schemes for solving large systems of ordinary differential equations	147
SP.6.2 : Virgile Bertrand	
The Structural Method for Partial Differential Equations	148

SP.6.3 : Michel Mehrenberger	
La méthode cascade pour l'équation de Vlasov	149
SP.6.4 : Mathias Truel	
Interpolation non linéaire pour des modèles réduits multiparamétriques	150
Session parallèle 7 : Sessions Parallèles	151
SP.7.1 : Mohamad El Hajj Chehade	
Analyse d'un système parabolique dégénéré modélisant la dynamique cellulaire au sein d'une crypte intestinale	151
SP.7.2 : Louis Fostier	
PINNs for structured population dynamics inference : Application to oocyte dynamics in fish ovaries	152
SP.7.3 : Joyce Ghantous	
A hyperelastic model for cardiac deformation applied to multimodal registration of MRI and optical mapping data	153
SP.7.4 : Clément Rieutord	
Some Equations from Neurosciences	154
Session parallèle 8 : Sessions Parallèles	155
SP.8.1 : Quentin Houssier	
Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés	155
SP.8.2 : Robin Roussel	
Minimisation d'énergie pour des condensats de Bose-Einstein en rotation via un schéma volumes finis	156
SP.8.3 : Soré Soumaila	
Parallélisation en espace-temps de l'équation de Landau-lifschitz dans des réseaux de Nanofils ferromagnétiques	157
SP.8.4 : Sebastian Tapia	
Numerical simulations of a quasilinear Gross-Pitaevskii equation with vanishing and non-vanishing conditions at infinity	158
Session parallèle 9 : Sessions Parallèles	159
SP.9.1 : Nail Baloul	
Event-triggered control and observer design for infinite-dimensional systems	159
SP.9.2 : Vincent Boulard	
Non-commutativité en transport non local	160
SP.9.3 : Farah Chaaban	
Méthode numérique basée sur le contrôle optimal pour résoudre des problèmes de transmission avec coefficients changeant de signe	161
SP.9.4 : Ivan Hasenohr	
Online parameter reconstruction for bilinear control systems with applications to MRI	162
Session parallèle 10 : Sessions Parallèles	163
SP.10.1 : Matthieu Boileau	
Simulations micromagnétiques et parallélisation GPU de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert stochastique	163
SP.10.2 : Jessie Levillain	
Problème d'assignation aléatoire euclidienne pour le recalage d'images satellites	164
SP.10.3 : Sébastien Moskowitz	
Well-posedness of a stochastic Navier-Stokes system with dynamically coupled subgrid scales	165
Session parallèle 11 : Sessions Parallèles	166
SP.11.1 : Nathalie Nouaime	
Analyse de sensibilité pour les problèmes d'interaction fluide-structure	166
SP.11.2 : Tom Roux	
Modélisation 3d-1d de structures fines actives dans un fluide visqueux	167
SP.11.3 : Sagbo Mélain Zinsou	
On the analysis and numerical solving of a fluid-structure toy problem	168

Posters

169

Session posters 1 : Posters et apéro de bienvenue	170
P.1.1 : Mouhamad Al Sayed Ali	
Simulation tools for Kerr combs generation in Fabry-Perot resonators	170
P.1.2 : Yann Bouchereau	
Long-time numerical simulation of the wave equation in heterogeneous media	171
P.1.3 : Tom Chauveau	
Développement d'un schéma unifié pour simuler les écoulements multi-espèces réactifs pour la rentrée atmosphérique	172
P.1.4 : Dufour Clément	
Stabilité non-linéaire d'un couplage faible entre une méthode particulière et un solide rigide.	173
P.1.5 : Abdoul Aziz Diallo	
Periodic solution computation for spatio-temporal conservative systems : Application to the 1D Mckean-Vlasov model	174
P.1.6 : Louis Duconge	
Shape optimization using γ -FEM	175
P.1.7 : Oussama El Fahri	
A positivity-preserving DDFV scheme for a cross-diffusion system	176
P.1.8 : Arselane Hadj Slimane	
Algorithmes d'optimisation de formes accéléré par apprentissage	177
P.1.9 : Yannis Lebrun	
Schéma volumes finis pour l'équation de Richards avec plusieurs types de roches sur des maillages polygonaux	178
P.1.10 : Ethan Leignier	
Modélisation du flux sanguin dans le cerveau : couplage entre les équations de Stokes et de Darcy	179
P.1.11 : Fabien Richard	
Etude quantitative de décroissance pour un modèle de sprays épais linéarisé	180
P.1.12 : Wail Souici	
Application du Calcul Extérieur Discret (DEC) à la Magnétohydrodynamique	181
P.1.13 : Matias Standaert	
Développement d'une méthodologie hybride CFD-DSMC pour simuler les écoulements à haute vitesse en régime raréfié	182
P.1.14 : Cyprien Théaudin	
Modélisation de la dynamique de la colonisation des surfaces par des bactéries dans des gradients d'oxygène et d'antibiotiques	183
P.1.15 : Eliot Thys	
Modeling constrained Cosserat beams for control problems	184
P.1.16 : Anthony Torosyan	
Compression Tenseur-Train d'opérateurs intégraux à noyau $\hat{r}^{-\beta}$	185
P.1.17 : Hoang Phi Tran	
Convergence Rates For Non-degenerate Elliptic PDEs On Junctions With Kirchhoff Conditions	186
P.1.18 : Yann Tran	
Optimisation topologique par homogénéisation de structures lattices pour la conception optimale d'un déshuileur	187
P.1.19 : Lucas Vaudron	
Modelling and contact control of slender locomotors - Applications to bio inspired robotics	188
P.1.20 : Daniel Zagarra Vasquez	
Dynamic reordering and quasi-Newton partitioned solvers for strongly coupled thermo-hydro-corrosive PDEs in underground radioactive waste storage	189

Index alphabétique des orateurs

191

Mot d'introduction	2
Comités	3
Partenaires	4
Informations pratiques	5



Remerciements

Le comité d'organisation remercie chaleureusement Franck Boyer pour son aide pour l'utilisation du site internet, sa réactivité et ses conseils !

Le CANUM 2026 bénéficie du soutien financier de l'IRMAR et de l'Université de Rennes.

Comité scientifique

- **Hélène Barucq**, LMPA, INRIA, Université de Pau
- **Karine Beauchard**, IRMAR, ENS Rennes
- **Héloïse Beaugendre**, IMB, Université de Bordeaux
- **Marianne Bessemoulin**, LMJL, CNRS, Université de Nantes
- **Vincent Calvez**, LMBA, CNRS, Université de Bretagne Occidentale
- **Frédérique Charles**, LJK, Université de Grenoble
- **Bruno Després**, LJLL, Sorbonne Université
- **Nicolas Forcadel**, LMI, INSA Rouen
- **Olivier Goubet**, Laboratoire Paul Painlevé, Université de Lille
- **Frédéric Lagoutière**, Institut Camille Jordan, Université Lyon 1
- **Roger Lewandowski**, IRMAR, Université de Rennes
- **Magali Ribot**, Institut Denis Poisson, Université d'Orléans

Comité d'organisation

- **Karine Beauchard**, IRMAR, ENS Rennes
- **Adrien Busnot Laurent**, IRMAR (UMR 6625), Inria Rennes
- **François Castella**, IRMAR, Université de Rennes
- **Nicolas Crouseilles**, IRMAR, INRIA
- **Eric Darrigrand**, IRMAR - UMR CNRS 6625, UNIVERSITE RENNES I
- **Louise Gassot**, IRMAR, CNRS
- **Hélène Hivert**, Géosciences Rennes, IRMAR, INRIA
- **Loic Le Marrec**, IRMAR, Univ Rennes
- **Olivier Ley**, IRMAR, INSA Rennes
- **Fabrice Mahé**, IRMAR, Université de Rennes
- **Julien Mathiaud**, IRMAR, Université de Rennes (PRÉSIDENT)
- **Elena Queirolo**, IRMAR, Université de Rennes
- **Miguel Rodrigues**, IRMAR, Univ Rennes



Repas

Les repas sont servis dans le réfectoire de l'abbaye :

- Petit-déjeuner : 7h45 - 9h
- Déjeuner : 12h30 (sauf vendredi : 12h)
- Dîner : 19h15

Les horaires des repas sont stricts. Merci d'arriver à l'heure !

Le service se fait par table : un plat à partager par table. Les plats correspondant aux régimes alimentaires spécifiques sont mis à part sur une table séparée. **Merci de prendre le plat qui vous est destiné ! En particulier, ne vous servez pas sur la table des régimes spécifiques si vous n'êtes pas concerné.e !**

Mise en garde marées

L'abbaye donne directement sur la baie de l'Arguenon. Le paysage est magnifique, et le marnage est particulièrement important dans la région. Quelques règles de prudence sont de mise :

- Ne vous aventurez pas sur le sable sans avoir consulté les horaires des marées. Ils sont disponibles sur le site <https://maree.info/53>
- Dans cette zone, la mer remonte très vite et génère d'importants courants. La règle de prudence à respecter : partir à marée descendante, et faire demi-tour à l'heure de remontée de la marée,
- La marée est un phénomène plus difficile à prévoir que ce que l'on peut penser de prime abord. En particulier, les niveaux d'eau annoncés comportent des incertitudes. Les variations sont dues à des éléments extérieurs difficiles à quantifier (vent, coups de vent au large il y a quelques jours). Cela se traduit aussi par des variations de la vitesse de remontée de la marée. Soyez prudents : gardez une marge de sécurité !

Programme détaillé

Lundi 1 Juin 2026	8
Mardi 2 Juin 2026	10
Mercredi 3 Juin 2026	13
Jeudi 4 Juin 2026	15
Vendredi 5 Juin 2026	18

14h30 - 15h30 : Conférence plénière

▷ Modération : O. Ley

Salle de l'Arbre

Amaury Hayat How will AI help mathematicians?

15h30 - 17h30 : Minisymposia

▷ *Schémas numériques pour les systèmes hyperboliques* - Organisé par : B. Boutin

Salle de la Hollande

15h30 **Nora Boulerie** Analyse et mise en oeuvre numérique d'un modèle dispersif hyperbolique de propagation de vagues

16h00 **Marie Compain** A shock-capturing numerical scheme for a non-conservative self-organized hydrodynamics model

16h30 **Ludovic Martaud** Solveurs de Riemann approchés partiels pour le traitement de conditions aux bords dissipatives discrètes des équations de Saint-Venant.

17h00 **Thomas Bellotti** Strong stability of characteristic discretizations of IBVP : the case of lattice Boltzmann schemes

▷ *Geometric integration techniques for the numerical integration of evolutionary problems - Créneau 1* - Organisé par : A. Busnot Laurent

Salle Abbatiiale

15h30 **Mathieu Benninghoff** Second order explicit stabilized multirate method for stiff differential equations with error control

16h00 **Eugen Bronasco** Backward Error Analysis of Isospectral Integrators via Lie–Poisson Reduction of Butcher Series

16h30 **Nassim En-Nebbazi** Modified equations for the long-time study of stochastic numerical schemes related to optimization

17h00 **Sébastien Macé** Exotic forests and new higher order methods for the invariant measure of ergodic SDEs on Riemannian manifolds

▷ *Méthodes numériques pour les écoulements raréfiés multi-échelles* - Organisé par : P. Bernigaud, M. Massot

Salle du Parc

15h30 **Daniele Biasone** A Comparative Assessment of Moment-Based Closures for Flows at Various Levels of Rarefaction

16h00 **Alexis Coëpeau** Construction d'une méthode hybride déterministe-stochastique qui préserve le comportement asymptotique des modèles cinétiques ES-BGK

16h30 **Julien Mathiaud** Generalized UGK Scheme in the Diffusive Limit

17h00 **Thomas Rey** Sur une hiérarchie de méthodes numériques hybrides cinétiques/fluides pour des équations cinétiques collisionnelles multi-espèces



- Mouhamad Al Sayed Ali** Simulation tools for Kerr combs generation in Fabry-Perot resonators
- Yann Bouchereau** Long-time numerical simulation of the wave equation in heterogeneous media
- Tom Chauveau** Développement d'un schéma unifié pour simuler les écoulements multi-espèces réactifs pour la rentrée atmosphérique
- Dufour Clément** Stabilité non-linéaire d'un couplage faible entre une méthode particulaire et un solide rigide.
- Abdoul Aziz Diallo** Periodic solution computation for spatio-temporal conservative systems : Application to the 1D Mckean-Vlasov model
- Louis Duconge** Shape optimization using Γ -FEM
- Oussama El Fahri** A positivity-preserving DDFV scheme for a cross-diffusion system
- Arselane Hadj Slimane** Algorithmes d'optimisation de formes accéléré par apprentissage
- Yannis Lebrun** Schéma volumes finis pour l'équation de Richards avec plusieurs types de roches sur des maillages polygonaux
- Ethan Leignier** Modélisation du flux sanguin dans le cerveau : couplage entre les équations de Stokes et de Darcy
- Fabien Richard** Etude quantitative de décroissance pour un modèle de sprays épais linéarisé
- Wail Souici** Application du Calcul Extérieur Discret (DEC) à la Magnétohydrodynamique
- Matias Standaert** Développement d'une méthodologie hybride CFD-DSMC pour simuler les écoulements à haute vitesse en régime raréfié
- Cyprien Théaudin** Modélisation de la dynamique de la colonisation des surfaces par des bactéries dans des gradients d'oxygène et d'antibiotiques
- Eliot Thys** Modeling constrained Cosserat beams for control problems
- Anthony Torosyan** Compression Tenseur-Train d'opérateurs intégraux à noyau $\mathcal{R}^{-\beta}$
- Hoang Phi Tran** Convergence Rates For Non-degenerate Elliptic PDEs On Junctions With Kirchhoff Conditions
- Yann Tran** Optimisation topologique par homogénéisation de structures lattices pour la conception optimale d'un déshuileur
- Lucas Vaudron** Modelling and contact control of slender locomotors - Applications to bio inspired robotics
- Daniel Zegarra Vasquez** Dynamic reordering and quasi-Newton partitioned solvers for strongly coupled thermo-hygro-corrosive PDEs in underground radioactive waste storage

09h00 - 10h00 : Conférence plénière

▷ Modération : J. Mathiaud

Salle de l'Arbre

Lisl Weynans Problèmes inverses en électrocardiographie et en tomographie par impédance électrique

10h30 - 12h30 : Minisymposia

▷ *Modélisation et méthodes numériques multi-échelles pour des équations cinétiques* - Organisé par : E. Frenod, S. Hirstoaga

Salle de l'Arbre

10h30 **Domenico Caparello** Hierarchical dynamic domain decomposition methods for the multiscale Boltzmann equation

10h54 **Maxime Herda** Vlasov-Fokker-Planck modeling of relativistic electron beams in storage rings

11h18 **Hélène Hivert** Analyse numérique d'une équation cinétique avec une limite Hamilton-Jacobi non locale

11h42 **Tino Laidin** Méthodes hybrides espace-temps pour les équations cinétiques collisionnelles

12h06 **Kim Han Trinh** Numerical simulation of the three dimensional Vlasov-Poisson system in a torus

▷ *Geometric integration techniques for the numerical integration of evolutionary problems - Créneau 2* - Organisé par : A. Busnot Laurent

Salle de la Hollande

10h30 **Adrien Busnot Laurent** On aromatic trees and related algebraic structures for the study of volume-preserving numerical integrators

11h00 **Oscar Cosserat** Generating functions for variational integrators

11h30 **Yingtong Hou** Multi-indices Butcher Series

12h00 **Loic Le Marrec** Sur la structure des équations de la dynamique des poutres et une classification des problèmes associés

▷ *Méthodes numériques pour les plasmas* - Organisé par : M. Badsì

Salle Abbatale

10h30 **Valentin Carlier** Finite elements for the simulation of plasma turbulence in the Tokamak boundary

11h00 **Victor Fournet** Non-linear control variate in delta-f methods using symplectic neural networks

11h20 **Annamaria Massimini** Two structure-preserving finite volume schemes for a generalized Poisson-Nernst-Planck system with cross-diffusion

▷ *Comment rendre un système algébrique moins non linéaire : corésolution, préconditionnement et pré-aplatissement* - Organisé par : M. Haddou

Salle du Parc

- 10h30 **Arthur Branchu-Harel** Co-résolution du pas de temps par optimisation sous contraintes pour les solveurs implicites
- 11h00 **Antonin Couvez** Condition de convergence de l'algorithme de Newton pour un système de transport-réactif sous cinétique en milieu poreux saturé
- 11h30 **Ngoc Do Quyen Dang** Acceleration of Newton-like methods for nonlinear algebraic systems by preflattening techniques
- 12h00 **Alessandra Marelli** Nonlinear preconditioning techniques for unbalanced nonlinear systems

14h00 - 15h00 : Conférence plénière

- ▷ Modération : N. Crouseilles Salle de l'Arbre
- Thomas Rey** Méthodes numériques de type spectral pour résoudre l'équation de Boltzmann

15h00 - 16h00 : Conférence plénière

- ▷ Modération : L. Le Marrec Salle de l'Arbre
- Benjamin Boutin** Ondes discrètes, stabilité et phénomènes de bord dans les schémas numériques

16h30 - 18h30 : Sessions Parallèles

- ▷ *Sessions Parallèles* - Modération : N. Crouseilles Salle de l'Arbre

- 16h30 **Batoul Al Achaal** Stability of a serially connected piezoelectric-elastic systems with time delay.
- 16h50 **Michel Kern** Écoulement dans un milieu poreux fracturé : analyse mathématique et numérique d'une formulation mixte
- 17h10 **Yubo Bai** Lyapunov functions and stability of linear two-dimensional hyperbolic systems
- 17h30 **Mayssa Mroueh** Résolution de problèmes de transmission dans le domaine temporel en présence d'interfaces non bornées
- 17h50 **Ana-Maria Orita** Structural analysis of high-order centered compact schemes for wave and beam equations
- 18h10 **Cédric Sultan** Localization length for elastic waves propagating in layered random media

- ▷ *Sessions Parallèles* - Modération : F. Mahé Salle de la Hollande

- 16h30 **Raphaël Bulle** Residual based a posteriori error analysis for -FEM
- 16h50 **Madeline Chauvier** Solutions multiples et simulations pour un problème de charges d'espace appliqué aux lignes de transport d'électricité à courant continu haute tension (HVDC)
- 17h10 **Cheima Djemel** Un modèle réduit exact pour la conception d'un jumeau numérique d'un réseau de distribution d'eau basé sur l'assimilation de données en temps réel
- 17h30 **Anthony Gerber-Roth** Spectral approach for a homogenization problem using boundary integral operators
- 17h50 **Ezra Rozier** Modelling internal tides using plane waves : a Plane Wave Discontinuous Galerkin method for the (linearized) rotating shallow water equations.
- 18h10 **Nilo Schwencke** A unified perspective on PINNs and FEMs

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : L. Le Marrec

Salle Abbatale

16h30 **Sarah Al Humaikani** Problèmes de diffraction dans des jonctions de demi-espaces stratifiés

16h50 **Ali Assi** Green Waves and Homogenization for a Hamilton-Jacobi Traffic Flow Model

17h10 **Cédric Baudet** Modèles effectifs pour l'équation de Helmholtz dans un coin avec couche mince

17h30 **Jules Berry** A nonsmooth extension of the Brezzi-Rappaz-Raviart approximation theorem via metric regularity techniques

17h50 **Pierre Boulogne** Diffraction by a rough thin layer on an arbitrary shaped object : the periodic and random cases

18h10 **Alexander Mcsweeney-Davis** Flow rate measurement in a heterogeneous fluid with acoustic waves

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : M. Haddou

Salle du Parc

16h30 **Matthieu Cadiot** Preuves assistées par ordinateur pour des EDPs sur \mathbb{R}^n

16h50 **Martin Chassard** Neural Network approximation of the Mortensen observer in high-dimension

17h10 **Sofiane Ezzehi** A Hyper-Reduced Neural Network-Augmented Semi-Smooth Newton Method for Nonlinear Parametric Variational Inequalities

17h30 **Romain Lopez Surjus** A 3D hyperelastic lung model coupled to a 0D representation of the bronchial tree

17h50 **Sophie Mauran** Une extension du filtre de Kalman d'ensemble par méthodes à noyaux

18h10 **Léopold Trémant** Uniform accuracy from geometric high-order averaging

09h00 - 10h00 : Conférence plénière

▷ Modération : M. Rodrigues

Salle de l'Arbre

Charlotte Perrin Contraintes de densité et phénomènes de congestion en mécanique des fluides

10h30 - 12h30 : Minisymposia

▷ *Equations de Vlasov : aspects théoriques et numériques* - Organisé par : N. Crouseilles

Salle de l'Arbre

10h30 **Alain Blaustein** A structure preserving scheme for Vlasov-Poisson type models

11h00 **Bastien Grosse** Fully spectral method for the linearized Boltzmann BGK equation

11h30 **Sever Hirstoaga** Modèles asymptotiques et méthode pararéelle pour des équations de Vlasov multi-échelles

12h00 **Adel Saleh** h-adaptive Hybridizable Discontinuous Galerkin methods for the study of diocotron-like equilibria and instabilities of the Guiding-Center model on general geometry

12h30 **Pauline Vidal** Spline interpolation on a multi-patch geometry with an X-point for Vlasov-type equation solved with a BSL method

▷ *Modélisation et approximation numérique de systèmes multi-espèces* - Organisé par : C. Cancès, M. Herda, T. Rey

Salle de la Hollande

10h30 **Margherita Castellano** Convergence analysis of a finite volume scheme for a phase-field model of a ternary mixture with surfactants

11h00 **Fabien Lespagnol** Convergence analysis of a penalization method for compressible bubbly flows

11h30 **Annamaria Massimini** Structure-preserving hybrid finite volume scheme for an anisotropic cross-diffusion system

12h00 **Antoine Zurek** Une approche de type preuve assistée par ordinateur pour l'étude du système DPCM

▷ *Le sous-sol : de l'eau, du gaz, des fractures, ... et des maths!* - Organisé par : M. Kern

Salle Abbatale

10h30 **Christophe Bourel** Écoulement de l'eau dans les aquifères peu profonds

11h00 **Pauline Chassonnery** Mécanique du contact dans un milieu poreux fracturé

11h30 **Ibtissem Lannabi** A posteriori error estimators and adaptivity for CO sequestration

12h00 **Daniel Zegarra Vasquez** The spectral domain decomposition method GenEO as a robust preconditioner for single-phase flow in fractured porous media

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : M. Rodrigues

Salle du Parc

- 10h30 **Ali Ali Ahmad** Space-Time Finite Volume Method with Anisotropic Adaptive Mesh for Numerical Fluid Mechanics
- 10h50 **Filippo Brunelli** Domain decomposition based preconditioning techniques for a unique continuation problem subject to the wave equation
- 11h10 **Ewan Contentin** Simulation numérique du mouvement d'un cylindre flottant dans le régime de Boussinesq
- 11h30 **Thomas Harbreteau** An efficient second-order positivity-preserving IMEX finite volume scheme for compressible flows on staggered meshes.
- 11h50 **Josselin Massot** Méthodes numériques pour des plasmas froids d'électrons hautement électromagnétisés

09h00 - 10h00 : Conférence plénière

▷ Modération : F. Castella

Salle de l'Arbre

Marie-Hélène Vignal Schémas asymptotiquement préservants

10h30 - 12h30 : Minisymposia

▷ *Aspects mathématiques de la modélisation de problèmes issus du vivant* - Organisé par : H. Hivert

Salle de l'Arbre

10h30 **Claire Alamichel** Modèles de dynamique évolutive de populations - modélisation, analyse et simulations numériques à l'aide d'un schéma AP

11h00 **Tino Laidin** Modélisation cinétique avec contrainte de congestion et application à la dynamique collective de *Myxococcus xanthus*

11h30 **Cécile Taing** On the Fisher infinitesimal model without variability

12h00 **Aleksandra Tomaszek** Model of adipocyte size dynamics under variable energy balance

▷ *Modélisation et analyse des plasmas multifluides : méthodes de moments en régime magnétisé et conditions aux limites* - Organisé par : Z. Tazakkati

Salle de la Hollande

10h30 **Alejandro Alvarez Laguna** Moment models based on a Hilbert expansion for the kinetic equation of electrons in a weakly-ionized plasma

11h00 **Sacha Dupuy** Numerical stability of Hermite moments system coupled to the Poisson equation

11h30 **Bastien Grosse** A model of plasma-wall interaction : the dynamical plasma sheath

12h00 **Zoubair Tazakkati** Plasmas électrons-ions en champs électromagnétiques intenses : approche gyrocinétique et modèle à gyromoments

▷ *Méthodes parallèles pour la résolution et la simulation d'équations différentielles* - Organisé par : L.-D. Lu, L. Perrin

Salle Abbatale

10h30 **Arthur Arnault** Algorithme pararéel pour des équations différentielles stochastiques

10h54 **Valentin Kraemer** Couplage de la décomposition de domaine (OSWR) avec un algorithme de projection de pression

11h18 **Ari Rappaport** Analyse d'un préconditionneur de décomposition de domaine à deux niveaux pour les équations de Maxwell harmoniques en milieux anisotropes

11h42 **Antoine Simon** High-order adaptive multistep coupling scheme for multiphysics applications

12h06 **Teilo Wahl** Une approche de décomposition de domaine pour l'entraînement de réseaux de neurones

▷ *Perspectives et avancées récentes en apprentissage pour la résolution numérique d'équations aux dérivées partielles* - Organisé par : R. Hosseinkhan

Salle du Parc

10h30 **Frédérique Lecourtier** Enriching continuous Lagrange finite element approximation spaces using neural networks

14h00 - 15h00 : Conférence plénière

▷ Modération : H. Hivert

Salle de l'Arbre

Marie Doumic Modélisation mathématique de la dynamique des télomères

15h00 - 16h30 : Sessions Parallèles

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : B. Boutin

Salle de l'Arbre

15h00 **Mouhamad Al Sayed Ali** Mixed precision implicit numerical schemes for solving large systems of ordinary differential equations

15h20 **Virgile Bertrand** The Structural Method for Partial Differential Equations

15h40 **Michel Mehrenberger** La méthode cascade pour l'équation de Vlasov

16h00 **Mathias Truel** Interpolation non linéaire pour des modèles réduits multiparamétriques

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : L. Le Marrec

Salle de la Hollande

15h00 **Mohamad El Hajj Chehade** Analyse d'un système parabolique dégénéré modélisant la dynamique cellulaire au sein d'une crypte intestinale

15h20 **Louis Fostier** PINNs for structured population dynamics inference : Application to oocyte dynamics in fish ovaries

15h40 **Joyce Ghantous** A hyperelastic model for cardiac deformation applied to multimodal registration of MRI and optical mapping data

16h00 **Clément Rieutord** Some Equations from Neurosciences

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : Q. Chauleur

Salle Abbatale

15h00 **Quentin Houssier** Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés

15h20 **Robin Roussel** Minimisation d'énergie pour des condensats de Bose-Einstein en rotation via un schéma volumes finis

15h40 **Soré Soumaila** Parallelisation en espace-temps de l'équation de Landau-lifschitz dans des réseaux de Nanofils ferromagnétiques

16h00 **Sebastian Tapia** Numerical simulations of a quasilinear Gross-Pitaevskii equation with vanishing and nonvanishing conditions at infinity

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : O. Ley

Salle du Parc

15h00 **Nail Baloul** Event-triggered control and observer design for infinite-dimensional systems

15h20 **Vincent Boulard** Non-commutativité en transport non local

15h40 **Farah Chaaban** Méthode numérique basée sur le contrôle optimal pour résoudre des problèmes de transmission avec coefficients changeant de signe

16h00 **Ivan Hasenohr** Online parameter reconstruction for bilinear control systems with applications to MRI

17h00 - 19h00 : Minisymposia

▷ *Modélisation stochastique et simulation de la turbulence* - Organisé par : M. Massot, C. Morhain, R. Zamansky

Salle de l'Arbre

17h00 **Ramiro Ezequiel Castro Torre** Stochastic modelling for coupled acceleration and velocity gradient in isotropic turbulence

17h30 **Matthieu Chatelain** A spatio-temporal random synthetic turbulent velocity field : The underlying Gaussian structure and its Lagrangian properties

18h00 **Paul Maurer** Approximation de mesures multifractales par un système d'Ornstein-Uhlenbeck : convergence faible et application en turbulence lagrangienne.

18h30 **Clément Morhain** Turbulence synthétique multifractale : modélisation et simulation à l'aide d'ondelettes à divergence nulle et de cascades aléatoires

▷ *IA pour les mathématiques* - Organisé par : B. Fabrèges, D. Giorgi

Salle de la Hollande

17h00 **Ahmad Rammal** Formalizing Mathematics at Scale

▷ *Quelques applications réelles de l'optimisation et du contrôle optimal* - Organisé par : M. Haddou

Salle Abbatale

17h00 **Victor Bertret** Contrôle prédictif et application en économie d'énergie

17h30 **Agnès Fliscounakis** Méthodes de point intérieur pour le calcul non linéaire des structures : de la programmation conique au recalage paramétrique à grande échelle

18h00 **Othmane Jerhaoui** Unbounded viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations with mechanical Hamiltonian in Wasserstein space

18h30 **Hoang Phi Tran** Solving Nonlinear Absolute Value Equations

▷ *Adding heterogeneity in models of infectious and inflammatory diseases* - Organisé par : H. Martin

Salle du Parc

17h00 **Enrique Debrabant** Spectral analysis and global dynamics of a structured SIS model with mutation

17h30 **Wissam El Hajj** Regimes and mechanisms of inflammation described by reaction-diffusion systems

18h00 **Hugo Martin** How to Flatten the Curve : Should We Communicate on Incidence or Prevalence to Encourage Self-Isolation ?

18h30 **Clément Monauray** Vaccination behavior and the evolution of pathogen virulence

09h00 - 10h00 : Sessions Parallèles

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : A. Busnot Laurent

Salle de la Hollande

09h00 **Matthieu Boileau** Simulations micromagnétiques et parallélisation GPU de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert stochastique

09h20 **Jessie Levillain** Problème d'assignation aléatoire euclidienne pour le recalage d'images satellites

09h40 **Sébastien Moskowitz** Well-posedness of a stochastic Navier-Stokes system with dynamically coupled subgrid scales

▷ *Sessions Parallèles* - Modération : M. Rodrigues

Salle Abbatale

09h00 **Nathalie Nouaime** Analyse de sensibilité pour les problèmes d'interaction fluide-structure

09h20 **Tom Roux** Modélisation 3d-1d de structures fines actives dans un fluide visqueux

09h40 **Sagbo Mélain Zinsou** On the analysis and numerical solving of a fluid-structure toy problem

10h30 - 11h30 : Conférence plénière

▷ Modération : A. Busnot Laurent

Salle de l'Arbre

Charles-Edouard Brehier Schémas préservant la structure pour des équations aux dérivées partielles stochastiques

Conférence plénière 1 : Benjamin Boutin	
Ondes discrètes, stabilité et phénomènes de bord dans les schémas numériques	20
Conférence plénière 2 : Charles-Edouard Brehier	
Schémas préservant la structure pour des équations aux dérivées partielles stochastiques	21
Conférence plénière 3 : Marie Doumic	
Modélisation mathématique de la dynamique des télomères	22
Conférence plénière 4 : Amaury Hayat	
How will AI help mathematicians?	23
Conférence plénière 5 : Charlotte Perrin	
Contraintes de densité et phénomènes de congestion en mécanique des fluides	24
Conférence plénière 6 : Thomas Rey	
Méthodes numériques de type spectral pour résoudre l'équation de Boltzmann	25
Conférence plénière 7 : Marie-Hélène Vignal	
Schémas asymptotiquement préservants	26
Conférence plénière 8 : Lisl Weynans	
Problèmes inverses en électrocardiographie et en tomographie par impédance électrique	27

Ondes discrètes, stabilité et phénomènes de bord dans les schémas numériques

Benjamin BOUTIN, Institut de Recherche Mathématique de Rennes - Rennes

L'analyse numérique des schémas aux différences finies pour les problèmes d'évolution est classiquement menée par l'analyse de Fourier et de Von Neumann, particulièrement naturelle en domaine périodique et pour des coefficients constants. Le symbole de l'opérateur d'évolution discret permet dans ce cas d'identifier les propriétés de consistance, de stabilité, de dissipation ou de dispersion du schéma numérique. Celles-ci sont étroitement reliées à la dynamique des paquets d'ondes et à la relation de dispersion discrète.

Dans les applications, un traitement spécifique des bords numériques est souvent employé afin de tronquer artificiellement le domaine de calcul et/ou d'incorporer des conditions aux limites physiques. L'analyse de stabilité devient alors un problème spectral plus global. En l'occurrence les interactions entre ondes discrètes et conditions de bord peuvent conduire à des instabilités de différentes natures, à l'apparition de couches limites numériques, de réflexions parasites au bord, etc.

L'exposé présentera plusieurs aspects de cette analyse spectrale et dynamique des schémas numériques pour l'approximation d'EDP hyperboliques, avec notamment l'utilisation de fonctions de stabilité discrètes : les déterminants de Kreiss–Lopatinskii associés aux schémas avec bord.

Cet exposé s'inscrit dans les thématiques du projet ANR HEAD (« Hyperbolic Evolutions, Approximations & Dynamics »), consacré à l'analyse de la dynamique en temps long des EDP hyperboliques non-linéaires d'ordre un et de leurs approximations par des schémas numériques, par limite de faible viscosité ou de faible dispersion.

Contact : benjamin.boutin@univ-rennes.fr

Schémas préservant la structure pour des équations aux dérivées partielles stochastiques

Charles-Edouard BRÉHIER, LMAP - Pau

On considère plusieurs exemples d'équations aux dérivées partielles stochastiques, dont les solutions ont des propriétés qualitatives importantes qui ne sont pas préservées par des schémas de discrétisation en temps classiques. On présentera des schémas originaux qui préservent la structure considérée, des résultats justifiant leur convergence, et des illustrations numériques.

Dans un premier temps, on s'intéressera à des équations aux dérivées partielles stochastiques du type

$$du(t, x) = \Delta u(t, x)dt + g(u(t, x))dW(t),$$

On présentera des schémas qui préservent l'intervalle $[-1, 1]$ (si $g(1) = g(-1) = 0$) ou la positivité (si $g(0) = 0$). Ces schémas analysés dans [3, 4] sont basés sur des méthodes de splitting et l'analyse de schémas préservant l'intervalle associé pour des équations différentielles stochastiques scalaires.

Ensuite, on s'intéressera à des équations aux dérivées partielles stochastiques du type

$$du(t, x) = \Delta u(t, x)dt + f(u(t, x))dt + dW(t, x),$$

dépendant d'un bruit-blanc espace-temps, et à la problématique de la préservation de la régularité spatiale des solutions. Un résultat d'approximation en variation totale de la distribution invariante du système pour un schéma d'Euler modifié [2] montrera l'importance de préserver la structure au-delà de l'aspect qualitatif.

Enfin, on présentera des schémas préservant l'asymptotique pour des systèmes multi-échelles du type

$$\begin{cases} \partial_t u^\epsilon(t, x) = \Delta u^\epsilon(t, x) + f(u^\epsilon(t, x), v^\epsilon(t, x)) \\ dv^\epsilon(t, x) = \frac{1}{\epsilon} \Delta v^\epsilon(t, x)dt + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} dW(t, x) \end{cases}$$

dans le régime ϵ tendant vers 0. On montrera des estimations d'erreur faible d'ordre $1/3$ par rapport au pas de temps uniformes en ϵ [1].

- [1] C.-E. Bréhier. *Uniform weak error estimates for an asymptotic preserving scheme applied to a class of slow-fast parabolic semilinear SPDEs*. SMAI J. Comput. Math., **10**, 175–228, 2024. doi:10.5802/smai-jcm.110.
- [2] C.-E. Bréhier. *Analysis of a modified regularity-preserving Euler scheme for parabolic semilinear SPDEs: total variation error bounds for the numerical approximation of the invariant distribution*. Found. Comput. Math., **25(2)**, 511–586, 2025. doi:10.1007/s10208-024-09644-z.
- [3] C.-E. Bréhier, D. Cohen, G. Custers. *An explicit domain preserving scheme for stochastic partial differential equations*. En préparation.
- [4] C.-E. Bréhier, D. Cohen, J. Ulander. *Analysis of a positivity-preserving splitting scheme for some semilinear stochastic heat equations*. ESAIM Math. Model. Numer. Anal., **58(4)**, 1317–1346, 2024. doi:10.1051/m2an/2024032.

Contact : charles-edouard.brehier@univ-pau.fr

Modélisation mathématique de la dynamique des télomères

Marie DOUMIC, Ecole polytechnique et Inria - Palaiseau

Les télomères sont des séquences d'ADN spécifiques situées aux extrémités des chromosomes. Ils agissent comme des capuchons pour les protéger de la dégradation et de la fusion avec d'autres chromosomes, mais lors de la réplication de l'ADN, ils ne sont répliqués que partiellement. En l'absence d'une enzyme particulière, la télomérase, permettant leur rallongement, leur érosion progressive entraîne à terme ce qu'on appelle la *sénescence répllicative*, liée au vieillissement et à la suppression des tumeurs.

Dans cet exposé, je passerai en revue les modèles mathématiques de la dynamique de raccourcissement-rallongement des télomères, par processus de branchement ou par équations intégro-différentielles [1], des résultats récents sur leur comportement asymptotique [3], ainsi que leur comparaison avec des données issues de *Saccharomyces cerevisiae* [2, 4].

- [1] M. Doumic, T. Teixeira, Z. Xu. *Telomere dynamics and length distribution viewed through the mathematical lens*. In progress.
- [2] V. Gavilanes, M. Doumic, Z. Xu. *Mathematical modeling of telomere length distributions informs on telomere dynamics parameters*. In progress.
- [3] J. Olayé, M. Tomašević. *Long-time behaviour of a multidimensional age-dependent branching process with a singular jump kernel modelling telomere shortening*. Electronic Journal of Probability, **31**, 1–97, 2026.
- [4] A. Rat, V. Martinez Fernandez, M. Doumic, M. T. Teixeira, Z. Xu. *Mathematical model linking telomeres to senescence in saccharomyces cerevisiae reveals cell lineage versus population dynamics*. Nature Communications, **16**(1), 1024, 2025.

Contact : marie.doumic@Inria.fr

How will AI help mathematicians?

Amaury HAYAT, CERMICS, ENPC & Korea Institute for Advanced Study - Paris

The advent of artificial intelligence raises important questions : can AI assist mathematicians in solving open problems in mathematics? Could AI even prove mathematical results on its own? This talk explores these questions from multiple perspectives.

AI for mathematics can often be divided in two branches : *AI for mathematical discovery* and *AI for automated theorem proving and formalization*.

Mathematical discovery. This first branch is based on the following observation : in a number of open problems intuition plays a central role to find a candidate solution, a conjecture, a good a priori estimate etc. This intuition can sometimes resemble a form of pattern matching : examples from previous problems, gives you an idea of how to proceed. Since pattern matching is a task that neural networks are good at, it is natural to ask whether one could train an AI model to predict such solutions, conjectures, or any other interesting quantities. We will present two methods : training a small language model from scratch to predict solutions to challenging problems, taken from [2] ; combining a classical algorithm and the iterative training of a generative model to create interesting mathematical constructions, taken from [4].

AI for automated theorem proving. This second branch consists of training an AI model (usually a Large Language Model (LLM)) to produce a proof of a mathematical statement. This could be done in natural language, such as French or English or in a formal language such as Rocq, Lean, Isabelle. While formal language may be harder to work with, formal proofs can be machine-checked with strong correctness guarantees, an important advantage when working with LLMs. A related task is the translation from natural language to formal language, known as formalization, or autoformalization when it is carried out by AI models. This field has been extremely active in recent years : from the first models solving non-trivial high-school exercises [1] a few years ago to recent milestones such as open problems essentially solved by these AI models, or textbooks fully autoformalized by AI models with no human intervention [3]. We will review several approaches from 2020 to 2026 that led to these achievements.

Références

- [1] Guillaume Lample, Timothée Lacroix, Marie-Anne Lachaux, Aurélien Rodriguez, Amaury Hayat, Thibaut Lavril, Gabriel Ebner, and Xavier Martinet. Hypertree proof search for neural theorem proving. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 35 :26337–26349, 2022.
- [2] Alberto Alfarano, François Charton, and Amaury Hayat. Global lyapunov functions : a long-standing open problem in mathematics, with symbolic transformers. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 37 :93643–93670, 2024.
- [3] Fabian Gloeckle, Ahmad Rammal, Charles Arnal, Remi Munos, Vivien Cabannes, Gabriel Synnaeve, and Amaury Hayat. Automatic textbook formalization. *arXiv preprint arXiv :2604.03071*, March 2026.
- [4] François Charton, Jordan S Ellenberg, Adam Zsolt Wagner, and Geordie Williamson. Patternboost : Constructions in mathematics with a little help from AI. *arXiv preprint arXiv :2411.00566*, 2024.

Contraintes de densité et phénomènes de congestion en mécanique des fluides

Charlotte PERRIN, CNRS, Institut de Mathématiques de Marseille - Marseille

Dans cette présentation, je passerai en revue des résultats récents concernant les équations des fluides de type Euler ou Navier–Stokes sous une contrainte de densité maximale. Une telle contrainte modélise les phénomènes de congestion dans les écoulements et peut résulter soit de conditions microscopiques de non-chevauchement, soit de restrictions géométriques imposées au fluide. Je présenterai des résultats d'existence de solutions dans ce cadre contraint, en mettant en lumière les défis mathématiques liés à la présence d'un seuil de densité, ainsi que ses conséquences sur la dynamique du système. J'aborderai également les difficultés associées à la simulation numérique de tels écoulements, notamment en raison de la raideur du problème associée aux transitions entre régimes compressible et incompressible.

Contact : charlotte.perrin@cnrs.fr

Méthodes numériques de type spectral pour résoudre l'équation de Boltzmann

Thomas REY, Laboratoire Jean-Alexandre Dieudonné - Nice

Les méthodes spectrales constituent aujourd'hui l'une des approches déterministes les plus performantes pour la résolution numérique de l'équation de Boltzmann, qui décrit l'évolution statistique d'un gaz raréfié hors équilibre. La principale difficulté numérique provient du terme de collision, opérateur intégral non linéaire défini dans un espace de grande dimension et particulièrement coûteux à évaluer. Les méthodes spectrales reposent sur l'idée de représenter la fonction de distribution par une combinaison de fonctions globales, typiquement des séries de Fourier ou des polynômes orthogonaux. Cette approximation permet d'obtenir une très grande précision lorsque la solution est régulière, avec une convergence dite *spectrale*, bien supérieure à celle des méthodes de différences finies classiques.

Dans le cadre de l'équation de Boltzmann homogène, les méthodes de Fourier–Galerkin ont joué un rôle central. Elles exploitent la structure convolutionnelle de l'opérateur de collision dans l'espace de Fourier, ce qui permet d'utiliser efficacement la transformée de Fourier rapide (FFT) et de réduire fortement le coût de calcul. Les travaux de Pareschi, Russo, Mouhot, Gamba (et plein d'autres) ont montré que ces approches peuvent atteindre une précision élevée tout en restant compétitives en temps de calcul.

Cependant, les méthodes spectrales classiques présentent certaines limitations importantes. En particulier, la troncature spectrale peut détruire les invariants physiques fondamentaux de l'équation de Boltzmann, comme la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Cette perte de conservation peut conduire à des comportements asymptotiques erronés sur les longues simulations. Des recherches récentes ont donc porté sur la construction de méthodes spectrales conservatives ou préservant les moments. Des méthodes de Fourier–Galerkin contraintes permettent notamment d'imposer explicitement la conservation des moments sans sacrifier la précision spectrale ni l'efficacité des algorithmes rapides.

Au-delà du cas homogène, ces méthodes sont aujourd'hui combinées avec des discrétisations avancées en espace physique, comme les schémas *discontinuous Galerkin* ou les méthodes *asymptotic-preserving*, afin de traiter des écoulements rares complexes en physique des plasmas, en aérodynamique spatiale ou en microfluidique. Nous tenterons dans cet exposé de faire un panorama récent de toutes ces méthodes, et décrirons des problèmes ouverts dans le domaine.

Contact : thomas.rey@univ-cotedazur.fr

Schémas asymptotiquement préservants

Marie-Hélène VIGNAL, Institut Camille Jordan - Lyon

Dans de nombreuses applications, plusieurs échelles physiques, petites et grandes, coexistent c'est le cas notamment en mécanique des fluides ou en physique des plasmas. Très souvent, les petites échelles ont un impact important sur le coût des simulations numériques car, en l'absence de schémas spécifiques, les maillages en espace et/ou en temps doivent résoudre les plus petites d'entre elles. Dès lors, la construction de méthodes numériques performantes pour la résolution de tels problèmes multi-échelles constitue un challenge numérique important.

En pratique, ces modèles multi-échelles dépendent d'un ou de plusieurs paramètres adimensionnés, que l'on peut noter génériquement ε . Ce paramètre ε peut alors être très petit dans certaines zones du domaine d'étude et d'ordre 1 dans d'autres.

Un des moyens permettant de réaliser des simulations numériques de tels modèles avec un coût abordable, consiste à développer des schémas asymptotiquement préservants. Ces schémas sont stables uniformément par rapport au paramètre ε , il est donc possible d'utiliser des maillages indépendants des échelles présentes. On dit alors que ces schémas sont asymptotiquement stables dans la limite asymptotique $\varepsilon \rightarrow 0$. Par ailleurs, dans les zones où le paramètre ε est très petit, ces schémas redonnent une discrétisation du modèle limite obtenu en faisant tendre ε vers 0. On dit alors que ces schémas sont asymptotiquement consistants. De tels schémas asymptotiquement stables et consistants sont dits asymptotiquement préservants dans la limite $\varepsilon \rightarrow 0$ parce qu'ils préservent cette limite.

Dans cet exposé, je me concentrerai sur deux cas particuliers : les schémas qui préservent la limite de faibles nombres de Mach pour les équations d'Euler ou Navier-Stokes, et ceux qui préservent la limite quasi-neutre pour les équations de Vlasov-Poisson.

J'aborderai les principales difficultés liées à la simulation numérique de ces problèmes et montrerai comment les schémas asymptotiquement préservants permettent de les surmonter.

Contact : vignal@math.univ-lyon1.fr

Problèmes inverses en électrocardiographie et en tomographie par impédance électrique

Lisl WEYNANS, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Talence

L'imagerie électrocardiographique (ECGi) est une modalité d'imagerie non invasive visant à reconstruire l'activité électrique cardiaque à partir de mesures de potentiels de surface acquises via un réseau dense d'électrodes disposées sur le torse du patient. Son objectif clinique est la détection préventive d'arythmies cardiaques.

Je présenterai la formulation du problème inverse sous-jacent à l'ECGi ainsi que des travaux récents de modélisation destinés à en améliorer la résolution. Cela amènera à considérer également la résolution du problème inverse associé à la tomographie par impédance électrique (TIE), modalité d'imagerie complémentaire, dont l'exploitation vise à affiner la caractérisation des propriétés électriques du torse humain, et par là même, à améliorer la qualité des reconstructions électrocardiographiques. La résolution numérique de ce second problème inverse fait appel à une méthode de frontières immergées, et intègre la prise en compte de modèles statistiques du bruit de mesure aux électrodes.

Contact :

Minisymposium 1 : Schémas numériques pour les systèmes hyperboliques	30
Minisymposium 2 : Geometric integration techniques for the numerical integration of evolutionary problems - Créneau 1	35
Minisymposium 3 : Méthodes numériques pour les écoulements raréfiés multi-échelles	40
Minisymposium 4 : Modélisation et méthodes numériques multi-échelles pour des équations cinétiques	45
Minisymposium 5 : Geometric integration techniques for the numerical integration of evolutionary problems - Créneau 2	51
Minisymposium 6 : Méthodes numériques pour les plasmas	56
Minisymposium 7 : Comment rendre un système algébrique moins non linéaire : corésolution, préconditionnement et préaplatissement . . .	60
Minisymposium 8 : Equations de Vlasov : aspects théoriques et numériques	65
Minisymposium 9 : Modélisation et approximation numérique de systèmes multi-espèces	71
Minisymposium 10 : Le sous-sol : de l'eau, du gaz, des fractures, ... et des maths!	76
Minisymposium 11 : Aspects mathématiques de la modélisation de pro- blèmes issus du vivant	81
Minisymposium 12 : Modélisation et analyse des plasmas multifluides : méthodes de moments en régime magnétisé et conditions aux limites	86
Minisymposium 13 : Méthodes parallèles pour la résolution et la simulation d'équations différentielles	91
Minisymposium 14 : Perspectives et avancées récentes en apprentissage pour la résolution numérique d'équations aux dérivées partielles . . .	97
Minisymposium 15 : Modélisation stochastique et simulation de la turbu- lence	99
Minisymposium 16 : IA pour les mathématiques	104
Minisymposium 17 : Quelques applications réelles de l'optimisation et du contrôle optimal	106
Minisymposium 18 : Adding heterogeneity in models of infectious and in- flammatory diseases	111

Schémas numériques pour les systèmes hyperboliques

Benjamin BOUTIN, IRMAR - Rennes

Ce minisymposium est consacré à des contributions récentes portant sur les méthodes numériques pour les systèmes hyperboliques. Qu'ils soient issus par exemple de modèles cinétiques particuliers ou de modèles d'EDP dispersives pour l'hydrodynamique, un traitement numérique approprié est requis pour gérer les singularités spatiales. Ces dernières peuvent correspondre plus concrètement à la prise en compte des conditions aux limites physiques et/ou numériques, à l'influence de la topographie sur la propagation des vagues, ou encore au calcul des ondes de choc non-linéaires internes au modèle. Les exposés du minisymposium aborderont à la fois les techniques numériques développées pour répondre à ces problématiques et leur analyse mathématique.

Orateurs et oratrices confirmés : (*titres provisoires*)

- Thomas Bellotti (CNRS - CentraleSupélec). Stabilité forte de discrétisations caractéristiques pour l'IBVP : le cas des schémas de Boltzmann sur réseau.
- Nora Boulerie (Université de Lyon 1). Analyse et mise en oeuvre numérique d'un modèle dispersif hyperbolique de propagation de vagues.
- Marie Compain (Université de Nantes). Un schéma de capture de chocs pour un modèle hydrodynamique d'auto-organisation non conservatif.
- Ludovic Martaud (INRIA Rennes). Solveurs de Riemann approchés partiels pour le traitement de conditions aux bords dissipatives discrètes des équations en eau peu profonde.

Minisymposium organisé avec le soutien financier du projet ANR HEAD (Hyperbolic Equations, Approximations & Dynamics) ANR-24-CE40-3260.

Contact : benjamin.boutin@univ-rennes.fr

Analyse et mise en oeuvre numérique d'un modèle dispersif hyperbolique de propagation de vagues

Nora BOULERIE, Institut Camille Jordan - Villeurbanne

Arnaud DURAN, Institut Camille Jordan - Villeurbanne

Gaël L. RICHARD, Institut des géosciences de l'environnement - Grenoble

Dans cet exposé on parlera d'un modèle de propagation de vagues côtières. Ce modèle est un système hyperbolique qui peut être vu comme une version relaxée des équations de Serre-Green-Naghdi, avec propriétés dispersives améliorées. Il prend en compte les termes de topographie et conserve l'énergie. On présentera aussi un schéma numérique associé à ce système. Ce schéma est basé sur un splitting entre une partie gravitaire et une partie acoustique contenant les termes dispersifs. La stabilité de ce schéma est étudiée à travers la conservation de l'énergie discrète à chaque étape de ce splitting. Les résultats numériques obtenus avec ce schéma seront présentés.

Contact : boulerie@math.univ-lyon1.fr

A shock-capturing numerical scheme for a non-conservative self-organized hydrodynamics model

Marie COMPAIN, LMJL - Nantes Université

Christophe BERTHON, LMJL - Nantes Université

Anaïs CRESTETTO, LMJL - Nantes Université

In this work, we numerically approximate the weak solutions of the following non-linear evolution PDE system :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0, & (1a) \\ \rho(\partial_t u + cu\partial_x u) + \lambda(1 - u^2)\partial_x \rho = 0, & (1b) \\ \rho(\partial_t v + cu\partial_x v) - \lambda uv\partial_x \rho = 0, & (1c) \\ \sqrt{u^2 + v^2} = 1. & (1d) \end{cases}$$

This system depicts a collective self-organized motion where $\rho > 0$ is the density of individuals, $\Omega = (u, v)^T$ the speed of the flow, and $0 < c < 1$ and $\lambda > 0$ two given constants. It is called the Self-Organized Hydrodynamics (SOH) model and is the macroscopic limit of the Vicsek model [4].

System (1) contains a geometric constraint, and is hyperbolic and non-conservative. To overcome these issues, we first reformulate the model as a 2×2 PDE system without its constraint, for a well-prepared initial velocity.

Next, as shock wave solutions are not well-defined for non-conservative systems, we describe them as limits of traveling wave solutions [3] of the associated viscous model derived in [1]. This definition allows us to exhibit a way to describe shock waves. The conditions obtained are called generalized Rankine-Hugoniot conditions, and enable us to construct exact solutions to the Riemann problem.

In addition, a Godunov-type scheme is derived in order to approximate the solutions of (1). We then add a viscous correction to this scheme, since shock wave solutions are defined thanks to the viscous SOH system.

Finally, the resulting numerical scheme is compared to the splitting method from [2] and the exact solution. These results show the relevance of this new numerical scheme to capture properly shock wave solutions of the SOH model (1).

- [1] P. Degond, A. Frouvelle, J.-G. Liu, S. Motsch, L. Navoret. *Macroscopic models of collective motion and self-organization*. Séminaire Laurent Schwartz — EDP et applications, pp. 1–27, 2014. doi : 10.5802/slsedp.32.
- [2] S. Motsch, L. Navoret. *Numerical Simulations of a Nonconservative Hyperbolic System with Geometric Constraints Describing Swarming Behavior*. Multiscale Modeling & Simulation, **9(3)**, 1253–1275, 2011. doi :10.1137/100794067.
- [3] L. Sainsaulieu. *Travelling waves solutions of convective diffusive systems and non conservative hyperbolic systems*. Comptes rendus de l'Académie des sciences Paris, **312(1)**, 491–494, 1991.
- [4] T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, O. Shochet. *Novel type of phase transition in a system of elf-driven particles*. Physical Review Letters, pp. 1226–1229, 1995.

Contact : marie.compain@univ-nantes.fr

Solveurs de Riemann approchés partiels pour le traitement de conditions aux bords dissipatives discrètes des équations de Saint-Venant.

Geoffrey BECK, Univ Rennes, Inria Bretagne Atlantique - Rennes
Ludovic MARTAUD, Univ Rennes, Inria Bretagne Atlantique - Rennes

Ce mini-symposium concerne l'approximation numérique des équations de Saint-Venant posées sur le demi plan $[0, +\infty[$. Ces équations régissent la hauteur $h(x, t) > 0$ d'un fluide animé d'un débit $q(x, t) \in \mathbb{R}$ dans un champs de pesanteur $g > 0$ et elles s'écrivent

$$\begin{cases} \partial_t \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix} + \partial_x \begin{pmatrix} q \\ q^2/h + gh^2/2 \end{pmatrix} = 0, & \forall (x, t) \in (\mathbb{R}_+^*)^2, \\ q(0, t) = q_0(t), & \forall t \geq 0, \end{cases} \quad (1)$$

où $q_0(t)$ désigne une donnée de bord. D'après [3], les solutions admissibles de (1) vérifient une inégalité d'entropie $\partial_t \eta(h, q) + \partial_x G(h, q) \leq 0$ pour le couple $\eta(h, q) = q^2/(2h) + gh^2/2$, $G(h, q) = q^3/(2h^2) + qgh$. Ainsi, si $q_0(t) \leq 0, \forall t \geq 0$ alors l'inégalité d'entropie globale suivante est satisfaite :

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathbb{R}_+} \eta(h, q) dx \leq 0. \quad (2)$$

Les solutions faibles $w = (h, q)^\top \in \mathbb{R}^2$ de (1) sont approchées par un schéma aux volumes finis défini sur un maillage espace-temps de pas $\Delta x, \Delta t > 0$ et par un flux numérique $\mathcal{F}(\cdot, \cdot)$. Un tel schéma s'écrit

$$w_i^{n+1} = w_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathcal{F}(w_i^n, w_{i+1}^n) - \mathcal{F}(w_{i-1}^n, w_i^n)), \quad \forall i \geq 1, \quad (3)$$

où $(w_i^n)_{i \geq 0} \subset \mathbb{R}^2$ approche $w(\cdot, t^n)$. Le schéma (3) doit être complété par une méthode additionnelle qui permet le calcul de la condition de bord discrète mise à jour $w_0^{n+1} = (h_0^{n+1}, q_0^{n+1})^\top$ mais, contrairement à $q(0, t^{n+1})$, la quantité $h(0, t^{n+1})$ n'est pas une donnée du problème (1).

Dans ce contexte, ce mini-symposium propose d'exprimer h_0^{n+1} avec un solveur de Riemann approché partiel noté $\tilde{h}(\cdot, w_0^n, w_1^n)$ et sous la forme suivante :

$$h_0^{n+1} = \frac{2}{\Delta x} \int_0^{\frac{\Delta x}{2}} \tilde{h}((x - x_{\frac{1}{2}})/\Delta t, w_0^n, w_1^n) dx. \quad (4)$$

Des critères de consistance et de stabilité pour $\tilde{h}(\cdot, w_0^n, w_1^n)$ sont proposés sous la forme d'une extension de [1, 2]. Ces critères permettent d'obtenir un équivalent discret de (2) et ils sont explicitement appliqués lorsque (3) est muni du schéma HLL. Ces résultats sont également accompagnés d'expériences numériques qui illustrent la pertinence de la méthode proposée.

- [1] F. Dubois, P. L. Floch. *Boundary conditions for nonlinear hyperbolic systems of conservation laws*. Journal of Differential Equations, **71**(1), 93–122, 1988.
- [2] A. Harten, P. Lax, B. Van Leer. *On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws*. SIAM review, **25**, 35–61, 1983.
- [3] P. G. LeFloch. *Hyperbolic systems of conservation laws*. Lectures in Mathematics ETH Zürich. Birkhäuser Verlag, Basel, 2002. The theory of classical and nonclassical shock waves.

Contact : ludovic.martaud@inria.fr

Strong stability of characteristic discretizations of IBVP: the case of lattice Boltzmann schemes

Thomas BELLOTTI, CNRS – EM2C – CentraleSupélec - Gif-sur-Yvette

We study the stability of one-dimensional linear lattice Boltzmann schemes for scalar hyperbolic equations with respect to boundary data [1]. Our approach is based on the original raw algorithm that, although addressing a scalar PDE, features several unknowns. We thus avoid the need for a transformation into an equivalent multi-step scalar formulation. We introduce two distinct notions of strong stability, one of which accounts for the potential absence of a continuous extension of the stable vector bundle associated with the bulk scheme on the unit circle for certain components of the solution vector. Rather than developing a general theory, complicated by the fact that discrete boundaries in lattice Boltzmann schemes are inherently characteristic, we focus on strong stability–instability for methods whose characteristic equations feature stencils of breadth one to the left. In this context, we study representative schemes endowed with various boundary conditions from the literature, and our theoretical results are supported by numerical simulations.

- [1] T. Bellotti. *Stability of lattice Boltzmann schemes for initial boundary value problems in raw formulation*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **60**(1), 143–195, 2026.

Contact : thomas.bellotti@centralesupelec.fr

Geometric integration techniques for the numerical integration of evolutionary problems

Adrien BUSNOT LAURENT, Inria - Rennes

The aim of this minisymposium is to bring together a diverse international team of young experts in geometric numerical integration and their applications. The talks will discuss how algebraic and geometric tools (Hopf algebras, birealisations, Tchebyshev polynomials, and intrinsic differential geometry) can greatly improve our understanding of modern numerics.

The expected speakers are

- Mathieu Benninghoff (Université de Genève)
- Eugen Bronasco (Chalmers University)
- Adrien Busnot Laurent (Inria Rennes)
- Oscar Cosserat (University of Göttingen)
- Nassim En-Nebbazi (Universite de Pau et des Pays de l'Adour)
- Yingtong Hou (Université de Lorraine)
- Loïc Le Marrec (Univ Rennes)
- Sébastien Macé (Univ Rennes)

Contact : Adrien.Busnot-Laurent@inria.fr

Second order explicit stabilized multirate method for stiff differential equations with error control

Mathieu BENNINGHOFF, - Université de Genève
Gilles VILMART, - Université de Genève

Semi-discretization of parabolic problems often leads to large and stiff systems of ODEs. Standard explicit methods then require very small time steps for stability, while implicit methods allow larger steps but involve solving linear systems. Explicit stabilized methods provide an efficient compromise by enlarging the stability region while remaining fully explicit. However, when local spatial mesh refinement is introduced, their efficiency decreases, since the stiffness is driven by only the smallest mesh element. A natural approach is to split the system into fast stiff and slower mildly stiff components. In this context, Abdulle, Grote, and Rosilho de Souza (2022) proposed the first-order multirate explicit stabilized method (mRKC)[1]. We extend their approach to second order and introduce the new multirate ROCK2 method (mROCK2) [2], which achieves high precision and allows a step-size strategy with error control.

- [1] A. Abdulle, M. J. Grote, G. Rosilho de Souza. *Explicit stabilized multirate method for stiff differential equations*. *Mathematics of Computation*, **91(338)**, 2681–2714, 2022. doi :10.1090/mcom/3744.
- [2] M. Benninghoff, G. Vilmart. *Second order explicit stabilized multirate method for stiff differential equations with error control*, 2025. Preprint.

Contact : mathieu.benninghoff@unige.ch

Backward Error Analysis of Isospectral Integrators via Lie–Poisson Reduction of Butcher Series

Klas MODIN, Chalmers and Gothenburg University - Gothenburg
Eugen BRONASCO, Chalmers and Gothenburg University - Gothenburg

Numerical simulations play a central role in understanding complex dynamical systems, from fluid motion to large-scale physical models. In many such systems, important quantities such as energy or spectral properties are preserved over time, and capturing these features accurately is essential for reliable long-term simulations.

In this talk, we present a new framework for analyzing a class of structure-preserving numerical methods known as isospectral symplectic Runge–Kutta methods. Our approach builds on classical backward error analysis and is formulated in terms of Butcher series, a powerful algebraic tool for describing numerical integrators. By introducing Lie–Poisson reduction of Butcher series, we connect these expansions to the geometry of Lie–Poisson systems, which naturally arise in many models from mechanics and fluid dynamics.

This perspective provides an intuitive explanation of how numerical methods inherit geometric structure from the underlying equations. In particular, it clarifies why key invariants are well preserved over long time intervals, by interpreting the numerical method as exactly solving a nearby system that retains the same Lie–Poisson structure.

Beyond its practical implications, the framework highlights deep connections between numerical analysis, geometry, and algebra, and offers new tools for the systematic study of structure-preserving algorithms. We will illustrate these ideas with examples motivated by fluid dynamics, emphasizing how geometric insight can inform the design of robust numerical methods.

Contact : bronasco@chalmers.se

Modified equations for the long-time study of stochastic numerical schemes related to optimization

Nassim EN-NEBBAZI, LMAP - Pau

Charles-Edouard BRÉHIER, LMAP - Pau Marc DAMBRINE, LMAP - Pau

In this talk, we consider a class of stochastic gradient descent schemes associated with an objective function F assumed to be strongly convex. We establish uniform-in-time weak error estimates between the numerical scheme and x^* , the unique minimizer of F . To obtain optimal estimates, we introduce modified equations adapted to this setting, whose construction differs from existing approaches [1] and constitutes a novel contribution. These equations prove to be essential in achieving the optimality of the uniform-in-time bounds. This approach has also been developed for other stochastic numerical schemes in finite dimension, as well as for a scheme in infinite dimension. We illustrate the relevance of our results through various numerical simulations.

- [1] E. Hairer, C. Lubich, G. Wanner. *Geometric numerical integration*, vol. 31 of *Springer Series in Computational Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 2002. doi :10.1007/978-3-662-05018-7. Structure-preserving algorithms for ordinary differential equations.

Contact : nenebbazi@univ-pau.fr

Exotic forests and new higher order methods for the invariant measure of ergodic SDEs on Riemannian manifolds

Adrien BUSNOT LAURENT, IRMAR - Rennes

Sébastien MACÉ, IRMAR - Rennes

In many applications, such as stochastic optimization, molecular dynamics or statistical learning, one is interested in the long time behavior of stochastic dynamics evolving under geometrical constraints. Usual approaches often rely on penalization methods or extrinsic discretizations, which can lead to heavy computations, embeddings in high-dimensional spaces and strong restrictions on the time step. We consider a general class of ergodic stochastic differential equations evolving on Riemannian manifolds, which includes the Riemannian Langevin dynamics, and we develop numerical methods aimed at sampling their invariant measure specifically. As the analysis of the convergence order involves technical Taylor expansion, we introduce an algebraic formalism of exotic Butcher forests to systematically describe the algebraic operations underlying the intrinsic analysis for the invariant measure. We present numerical experiments on different manifolds to illustrate the improved accuracy of the new methods.

Contact : sebastien.mace@univ-rennes.fr

Méthodes numériques pour les écoulements raréfiés multi-échelles

Pierre BERNIGAUD, ONERA, DMPE, Université Paris Saclay - Palaiseau

Marc MASSOT, CMAP, CNRS, École Polytechnique - Palaiseau

Les écoulements raréfiés apparaissent dans de nombreuses applications dès lors que le libre parcours moyen n'est plus négligeable devant les échelles caractéristiques du problème. Dans ces régimes, les modèles de type Euler ou Navier–Stokes cessent d'être valides, ce qui impose de considérer des descriptions cinétiques plus fines. Lorsque le niveau de raréfaction varie fortement dans l'espace, l'enjeu n'est alors pas seulement de disposer d'un modèle adapté à chaque régime, mais de construire des méthodes capables de relier descriptions fluides et cinétiques. Les écoulements raréfiés constituent ainsi un cadre privilégié pour l'étude de méthodes numériques multi-échelles.

Les approches purement cinétiques, qu'elles soient déterministes ou particulières, permettent en principe de décrire correctement les régimes raréfiés, mais leur coût devient prohibitif lorsque l'écoulement se rapproche du régime continu. Cette limitation a motivé plusieurs directions de recherche. Une première consiste à construire des méthodes hybrides cinétique/fluide, ou des stratégies de décomposition de domaine, afin d'utiliser localement le niveau de description le plus adapté. Ces approches ont montré leur intérêt pratique, mais posent encore des questions en termes de méthode de couplage, de cohérence entre modèles, ou de robustesse dans les zones de transition.

Une autre direction est celle des méthodes à moments, qui fournissent une hiérarchie de modèles intermédiaires entre descriptions fluides et cinétiques. Elles permettent de réduire le coût de calcul, mais soulèvent des questions mathématiques classiques et toujours actives : choix de fermetures pertinentes, hyperbolicité des systèmes obtenus, réalisabilité des moments et qualité de la description hors équilibre.

Dans ce contexte, les schémas préservant l'asymptotique occupent aujourd'hui une place importante dans l'analyse numérique des équations cinétiques. Ils visent précisément à éviter, lorsque le problème devient raide, le coût associé à la résolution explicite des plus petites échelles cinétiques, tout en restant compatibles avec les limites macroscopiques. Ils permettent ainsi de conserver une discrétisation stable et cohérente lorsque l'on passe du régime raréfié au régime continu.

Ainsi, l'état de l'art du domaine repose aujourd'hui sur la combinaison de plusieurs approches complémentaires : méthodes cinétiques de référence, couplages fluide/cinétique, modèles à moments et schémas asymptotic-preserving. Les enjeux actuels concernent autant l'analyse que le calcul scientifique : garantir la compatibilité entre niveaux de modélisation, et construire des méthodes à la fois robustes, efficaces et conservant les structures mathématiques du problème.

Les orateurs présents sont :

- D. Biasone (ONERA), P. Bernigaud (ONERA), M. Massot (CMAP) : *A Comparative Assessment of Moment-Based Closures for Flows at Various Levels of Rarefaction*
- A. Coëpeau (Univ. Bordeaux), C. Baranger (CEA), L. Mieussens (Univ. Bordeaux) : *Construction d'une méthode hybride déterministe-stochastique qui préserve le comportement asymptotique des modèles cinétiques ES-BGK*
- N. Crouseilles (Univ. de Rennes), J. Mathiaud (Univ. Rennes), L. Mieussens (Univ. Bordeaux) : *Generalized UGK scheme in the diffusive limit*
- T. Rey (Univ. Nice) : *Sur une hiérarchie de méthodes numériques hybrides cinétiques/fluides pour des équations cinétiques collisionnelles multi-espèces*

Contact : pierre.bernigaud@onera.fr

A Comparative Assessment of Moment-Based Closures for Flows at Various Levels of Rarefaction

Daniele BIASONE, ONERA, DMPE, Université Paris Saclay - Palaiseau
Pierre BERNIGAUD, ONERA, DMPE, Université Paris Saclay - Palaiseau

Marc MASSOT, CMAP, CNRS, École Polytechnique - Palaiseau

Accurate simulation of flows with spatially varying rarefaction levels poses significant challenges to conventional numerical methods. Stochastic approaches such as Direct Simulation Monte Carlo (DSMC) become computationally prohibitive in dense flow regions, while Navier-Stokes-based CFD solvers lose validity where continuum assumptions break down. Hybrid CFD-DSMC methods have been developed to address this issue [9, 7], yet remain sensitive to the placement of the coupling interface [10, 3].

The method of moments offers a promising unified alternative, generating a hierarchy of macroscopic conservation equations from the Boltzmann equation that naturally incorporates non-equilibrium effects. Truncation of this hierarchy introduces an underdetermined system, requiring a closure relation for the unknown fluxes. We present a systematic comparison of closure strategies, including Grad-type [5, 6], maximum entropy [8, 1], and quadrature-based approaches [2, 4], assessed against reference Discrete Velocity Method (DVM) solutions over a wide range of rarefaction levels with BGK collisions. Special attention is devoted to the structural properties of each closure, namely realizability and hyperbolicity, and their influence on solution accuracy. The results provide practical guidelines for selecting appropriate moment closures based on flow conditions and computational requirements.

- [1] M. R. A. Abdelmalik, E. H. van Brummelen. *Moment closure approximations of the boltzmann equation based on φ -divergences*. Journal of Statistical Physics, **164**, 77–104, 2016.
- [2] C. Chalons, R. Fox, M. Massot. *A multi-gaussian quadrature method of moments for gas-particle flows in a LES framework*. In *Proceedings of the Summer Program*, vol. 6, pp. 347–358. Center for Turbulence Research, Stanford University, 2010.
- [3] V. Charton, A. Awad, J. Labaune. *Optimisation of a hybrid NS-DSMC methodology for continuous-rarefied jet flows*. Acta Astronautica, **195**, 295–308, 2022.
- [4] R. O. Fox, F. Laurent. *Hyperbolic quadrature method of moments for the one-dimensional kinetic equation*. SIAM Journal on Applied Mathematics, **82**, 750–771, 2022.
- [5] H. Grad. *On the kinetic theory of rarefied gases*. Communications on Pure and Applied Mathematics, **2**, 331–407, 1949.
- [6] Z. Hu, Z. Cai, Y. Wang. *Numerical simulation of microflows using hermite spectral methods*. SIAM Journal on Scientific Computing, **42**, B105–B134, 2020.
- [7] F. La Torre, S. Kenjereš, J.-L. Moerel, C. Kleijn. *Hybrid simulations of rarefied supersonic gas flows in micro-nozzles*. Computers & Fluids, **49**, 312–322, 2011.
- [8] C. D. Levermore. *Moment closure hierarchies for kinetic theories*. Journal of Statistical Physics, **83**, 1021–1065, 1996.
- [9] T. Schwartzenruber, I. Boyd. *A hybrid particle-continuum method applied to shock waves*. Journal of Computational Physics, **215**, 402–416, 2006.
- [10] K. Xu, J.-C. Huang. *A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows*. Journal of Computational Physics, **229(20)**, 7747–7764, 2010.

Contact : daniele.biasone@onera.fr

Construction d'une méthode hybride déterministe-stochastique qui préserve le comportement asymptotique des modèles cinétiques ES-BGK

Céline BARANGER, CEA - Le Barp

Alexis COËPEAU, Institut de Mathématiques de Bordeaux, CEA - Talence, Le Barp
Luc MIEUSSENS, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Talence

La résolution numérique d'un modèle cinétique de la dynamique des gaz raréfiés est classiquement abordée avec une méthode soit particulaire, soit déterministe. Malheureusement, les approches déterministes reposent généralement sur des modèles discrets en vitesse, dont la résolution est très coûteuse numériquement. À l'inverse, les méthodes purement stochastiques deviennent inefficaces à mesure que le régime d'écoulement devient continu, car ces méthodes contraignent le pas de temps numérique à être plus petit que le temps moyen entre collisions de particules. De fait, la simulation numérique d'écoulements raréfiés s'appuie donc souvent sur un cadre numérique fragmenté, dans lequel un solveur Navier-Stokes ou une méthode particulaire est utilisé en fonction du régime d'écoulement.

La méthode « Unified Gas-Kinetic Wave-Particle » (UGKWP) est conçue comme une approche unique couvrant l'ensemble des nombres de Knudsen [2]. Son idée centrale consiste à décomposer la distribution du gaz en deux composantes complémentaires : la première représente le gaz à l'équilibre, évoluant à l'aide de flux numériques macroscopiques et déterministes, tandis que la seconde représente le gaz hors-équilibre à l'aide de particules numériques.

La décomposition selon ces deux contributions s'adapte localement à la fois au régime de l'écoulement et à son échelle de résolution numérique. Dans la limite du régime libre moléculaire, la méthode se réduit à une approche stochastique particulaire ; dans la limite aérodynamique, elle dégénère en un schéma cinétique déterministe de type volumes finis cohérent avec les équations de Navier-Stokes ; enfin, dans le régime de transition, le schéma adopte un comportement hybride dans lequel les deux contributions coexistent et interagissent au sein d'une formulation unifiée.

Après avoir introduit la méthode UGKWP, nous en illustrons la flexibilité en considérant son adaptation aux modèles BGK statistiquement ellipsoïdaux (ES-BGK) [1, 3]. Ces modèles étendent le cadre BGK classique en restituant un nombre de Prandtl correct et en prenant en compte les modes d'énergie interne des molécules diatomiques. Cette adaptation est particulièrement délicate en raison de l'anisotropie de la distribution d'équilibre et de la présence de relaxations raides des énergies internes.

- [1] Y. Dauvois, J. Mathiaud, L. Mieussens. *An ES-BGK model for polyatomic gases in rotational and vibrational nonequilibrium*. European Journal of Mechanics - B/Fluids, **88**, 1–16, 2021. doi : 10.1016/j.euromechflu.2021.02.006.
- [2] C. Liu, Y. Zhu, K. Xu. *Unified gas-kinetic wave-particle methods I : Continuum and rarefied gas flow*. Journal of Computational Physics, **401**, 108977, 2020. doi :10.1016/j.jcp.2019.108977.
- [3] J. Mathiaud, L. Mieussens, M. Pfeiffer. *An ES-BGK model for diatomic gases with correct relaxation rates for internal energies*. European Journal of Mechanics - B/Fluids, **96**, 65–77, 2022. doi :10.1016/j.euromechflu.2022.07.003.

Contact : alexis.coepeau@u-bordeaux.fr

Generalized UGK Scheme in the Diffusive Limit

Nicolas **CROUSEILLES**, INRIA/IRMAR - Rennes

Julien MATHIAUD, IRMAR - Rennes Luc **MIEUSSENS**, IMB - Bordeaux

The unified gas kinetic scheme (UGKS) was initially designed to address multiscale challenges in rarefied gas dynamics and then extended to radiative transfert theory, as described by BGK like relaxation models. In this talk, we extend its application to linear kinetic models with non isotropic scattering collision operators, as well as Fokker-Planck models . These problems typically exhibit a fully diffusive nature in the optically thick limit (corresponding to a small Knudsen number). It still leads to an asymptotic preserving (AP) property not only in this diffusive regime but also in the free transport limit. A series of numerical experiments confirm the effectiveness of the approach.

Contact : julien.mathiaud@univ-rennes.fr

Sur une hiérarchie de méthodes numériques hybrides cinétiques/fluides pour des équations cinétiques collisionnelles multi-espèces

Thomas REY, Laboratoire Jean-Alexandre Dieudonné - Nice

Ce travail propose une nouvelle méthode de décomposition de domaine hiérarchique pour l'équation de Boltzmann multi-espèces, afin de traiter efficacement les écoulements présentant simultanément des zones proches de l'équilibre thermodynamique et des régions fortement hors équilibre. La stratégie repose sur l'utilisation de matrices de réalisabilité des moments pour identifier dynamiquement différents régimes physiques dans le domaine spatial : un régime hydrodynamique décrit par les équations d'Euler, un régime intermédiaire modélisé par l'équation ES-BGK, et un régime cinétique complet gouverné par l'équation de Boltzmann. Cette approche adaptative permet de réserver la résolution coûteuse de l'opérateur de collision de Boltzmann aux seules régions où les effets cinétiques sont dominants, comme les couches limites ou les ondes de choc. Le couplage entre les différents modèles est assuré par des schémas asymptotic-preserving et des solveurs spectraux rapides pour l'opérateur de collision.

Contact : thomas.rey@univ-cotedazur.fr

Modélisation et méthodes numériques multi-échelles pour des équations cinétiques

Emmanuel FRÉNOT, Université Bretagne Sud, Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique - Vannes

Sever HIRSTOAGA, Inria Paris & Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

L'objectif de ce mini-symposium est de présenter diverses approches pour résoudre efficacement des équations différentielles raides, dont les solutions présentent un comportement à plusieurs échelles en temps ou en espace. Ce type de problème impliquant des équations cinétiques se rencontre dans de nombreuses applications, issues par exemple de la physique des plasmas. Pour traiter cette difficulté, une stratégie est de construire des modèles appropriés tenant compte de l'échelle (régime). Une autre méthode est de proposer des schémas numériques basées sur des techniques adaptées à la difficulté du problème. L'objectif global de ces approches est de réduire le coût de calcul des solutions tout en conservant une précision élevée.

Les orateurs presentis sont :

- Domenico Caparello (Department of Mathematics and Computer Science, University of Ferrara, Ferrara, Italy). Title : "Hierarchical dynamic domain decomposition methods for the multiscale Boltzmann equation"
- Maxime Herda (Inria Lille & Laboratoire Paul Painlevé, Université de Lille, France). Titre : "Dynamique en temps long pour un modèle de Vlasov-Fokker-Planck de faisceaux d'électrons"
- Hélène Hivert (Univ. Rennes, Inria & Géosciences Rennes). Titre : "Analyse numérique d'une équation cinétique avec une limite Hamilton-Jacobi non locale"
- Tino Laidin (Université de Brest, France). Titre : "Méthodes hybrides espace-temps pour les équations cinétiques collisionnelles"
- Kim Han Trinh (IRMAR, Université de Rennes). Title : "Numerical simulation of the three-dimensional Vlasov-Poisson system in a torus"

Contact : sever.hirstoaga@inria.fr

Hierarchical dynamic domain decomposition methods for the multiscale Boltzmann equation

Domenico CAPARELLO, Department of Mathematics and Computer Science - Ferrara
Lorenzo PARESCHI, Department of Mathematics and Computer Science - Ferrara
Thomas REY, Laboratoire J.A. Dieudonné - Nice
Tommaso TENNA, Department of Mathematics 'Guido Castelnuovo' - Roma

We present a hierarchical dynamic domain decomposition method for the Boltzmann equation [1, 2] based on moment realizability matrices, a concept introduced by Levermore, Morokoff, and Nadiga. This criterion is used to dynamically and automatically partition the two-dimensional spatial domain into two regimes : the Euler regime, and the kinetic Boltzmann regime. The key advantage of this approach lies in the use of Euler equations in regions where the flow is near hydrodynamic equilibrium, and the Boltzmann equation where strong non-equilibrium effects dominate, such as near shocks and boundary layers. This allows for both high accuracy and significant computational savings, as the Euler solver is considerably cheaper than the kinetic Boltzmann model.

We propose an extension of this approach to a multi-level hierarchical dynamic domain decomposition method, in which the spatial domain is divided into more than two regimes.

A novel coupling strategy for Euler and kinetic regimes is proposed, ensuring the preservation of high order accuracy across the hybrid interface. The strategy is validated through a computational framework implementing state-of-the-art numerical techniques. This combination enables robust and scalable simulations of multi-scale kinetic flows with complex geometries, effectively bridging the gap between computational efficiency and physical fidelity.

- [1] D. Caparello, L. Pareschi, T. Rey. *Hierarchical dynamic domain decomposition for the multiscale boltzmann equation*, 2025. doi :10.48550/arXiv.2505.03360.
- [2] D. Caparello, T. Tenna. *A coupled imex domain decomposition method for high-order time integration of the es-bgk model of the boltzmann equation*, 2025. doi :10.48550/arXiv.2512.03586.

Contact : domenico.caparello@unife.it

Vlasov-Fokker-Planck modeling of relativistic electron beams in storage rings

Serge BIELAWSKI, PhLAM - Lille
Clément EVAÏN, PhLAM - Lille
Pierre GERVAIS, IMT - Toulouse

Abdoul Aziz DIALLO, PhLAM - Lille
Ludovic CESBRON, AGM - Cergy
Maxime HERDA, Inria, LPP - Lille

Synchrotron radiation facilities produce intense electromagnetic radiation, used as a light source for many scientific experiments and industrial applications. This radiation is emitted by relativistic electron bunches circulating in the storage ring of a particle accelerator. In this talk, I will present joint work with several collaborators on a kinetic model describing the longitudinal dynamics of such a bunch. The model is a Vlasov-Fokker-Planck (VFP) type equation whose self-consistent, nonlocal and non-symmetric interactions account for the wakefield generated by the bunch itself. Above a threshold current, this coupling triggers the micro-bunching instability and the emission of intense coherent THz radiation [3, 2].

The talk will provide an overview of some modeling, analytical and numerical aspects. After describing the derivation of the model, I will present results on the well-posedness of the equation and asymptotic stability of its steady states [4, 1]. I will then discuss ongoing work aimed at designing methods for the direct numerical computation of the periodic orbits that arise in the unstable regime.

- [1] L. Cesbron, M. Herda. *On a Vlasov-Fokker-Planck equation for stored electron beams*. J. Differ. Equations, **404**, 316–353, 2024. doi :10.1016/j.jde.2024.05.056.
- [2] C. Evain, A. A. Diallo, E. Roussel, C. Sz waj, M. Herda, M.-A. Tordeux, F. Ribeiro, M. Labat, N. Hubert, J.-B. Brubach, P. Roy, S. Bielawski. *Synchronization of Synchrotron Radiation Bursts during a spatio-temporal Instability in accelerator-Based source*, 2026.
- [3] C. Evain, C. Sz waj, E. Roussel, J. Rodriguez, M. Le Parquier, M.-A. Tordeux, F. Ribeiro, M. Labat, N. Hubert, J.-B. Brubach, et al. *Stable coherent terahertz synchrotron radiation from controlled relativistic electron bunches*. Nature Physics, **15(7)**, 635–639, 2019.
- [4] P. Gervais, M. Herda. *Well-posedness and long-time behavior for self-consistent Vlasov-Fokker-Planck equations with general potentials*. Preprint, arXiv :2408.16468 [math.AP] (2024), 2024.

Contact : maxime.herda@inria.fr

Analyse numérique d'une équation cinétique avec une limite Hamilton-Jacobi non locale

Hélène HIVERT, Inria - Géosciences Rennes & IRMAR - Rennes
Laidin TINO, LMBA - Brest

Dans cet exposé, je considérerai l'équation cinétique étudiée dans [1]. Je présenterai la conception et l'analyse d'un schéma numérique adapté au comportement asymptotique de l'équation quand elle est prise dans un régime de grandes déviations. Dans ce régime, l'équation dégénère en une équation de Hamilton-Jacobi non locale, qui sort des cadres standard d'analyse numérique des équations de Hamilton-Jacobi. Je montrerai comment un schéma semi-Lagrangien pour l'équation cinétique de départ permet de déduire une méthode numérique adaptée à l'asymptotique, et comment la convergence de ce schéma peut être montrée en s'appuyant sur l'analyse du caractère bien posé du problème continu.

Les détails de ce travail peuvent être consultés dans [2].

- [1] E. Bouin, V. Calvez, E. Grenier, G. Nadin. *Large-scale asymptotics of velocity-jump processes and nonlocal Hamilton-Jacobi equations*. J. Lond. Math. Soc., II. Ser., **108(1)**, 141–189, 2023. doi :10.1112/jlms.12742.
- [2] H. Hivert, T. Laidin. *Numerical analysis of the large deviation regime of a kinetic equation with a nonlocal hamilton-jacobi limit*, 2025. Working paper of preprint.

Contact : helene.hivert@inria.fr

Méthodes hybrides espace-temps pour les équations cinétiques collisionnelles

Tino LAIDIN, LMBA - Brest

Thomas REY, LJAD - Nice

Je présente une série de travaux en collaboration avec T. Rey [1, 3, 4, 2] développant des stratégies hybrides pour l'approximation des équations cinétiques collisionnelles, en prenant en compte à la fois les aspects spatiaux et temporels. Les équations cinétiques sont des EDP de grande dimension, et leur simulation numérique se heurte rapidement à la malédiction de la dimension. Cette observation motive le développement de stratégies numériques efficaces visant à réduire le coût de calcul tout en conservant une bonne précision. Cet exposé explore trois approches complémentaires : les méthodes hybrides en espace, la parallélisation multi-échelle en temps, et des schémas hybrides espace-temps entièrement couplés.

L'hybridation spatiale est obtenue grâce à des critères mesurant la distance à un équilibre local et à des grandeurs macroscopiques. La parallélisation en temps utilise un algorithme parareel et couple un solveur asymptotique grossier avec un solveur cinétique fin. Enfin, des schémas AP sont utilisés pour traiter la raideur des équations sous les différentes mises à échelle considérées. Les propriétés et les performances des différentes méthodes seront illustrées par des simulations numériques.

- [1] T. Laidin. *Hybrid kinetic/fluid numerical method for the Vlasov-BGK equation in the diffusive scaling*. *Kinet. Relat. Models*, **16(6)**, 913–947, 2023. doi :10.3934/krm.2023013.
- [2] T. Laidin. *A space-time hybrid parareal method for kinetic equations in the diffusive scaling*, 2025. Accepted in SEMA SIMAI Springer Series dedicated to the 2nd Young Researchers Conference on “Numerical Aspects of Hyperbolic Balance Laws and Related Problems”. Preprint, arXiv :2511.13386.
- [3] T. Laidin, T. Rey. *Hybrid kinetic/fluid numerical method for the Vlasov-Poisson-BGK equation in the diffusive scaling*. In *oui*, pp. 229–237. oui, 2023. doi :10.1007/978-3-031-40860-1_24.
- [4] T. Laidin, T. Rey. *A Parareal in time numerical method for the collisional Vlasov equation in the hyperbolic scaling*, 2025. To appear in SIAM MMS.

Contact : tino.laidin@univ-brest.fr

Numerical simulation of the three dimensional Vlasov-Poisson system in a torus

Francis FILBET, IMT - Université de Toulouse
L. Miguel RODRIGUES, IRMAR - Université de Rennes
Kim Han TRINH, IRMAR - Université de Rennes

We propose and study a Particle-In-Cell (PIC) method utilizing modified Crank-Nicolson time discretization for tokamak equilibrium configurations in torus geometries. These configurations are described by the three-dimensional Vlasov-Poisson system with a strong, inhomogeneous external magnetic field. In this regime, traditional explicit schemes are constrained by stability conditions linked to the small Larmor radius and plasma frequency [3, 2]. To avoid this limitation, our approach is based on numerical schemes [1, 2], providing a consistent PIC discretization of the asymptotic system taking into account variations of the magnetic field. We carry out some theoretical proofs and perform several numerical experiments to validate the method, demonstrating its robustness and accuracy, especially in the complex geometries of a torus.

- [1] F. Filbet, L. Rodrigues, K. Trinh. *Convergence analysis of a Crank-Nicolson scheme for strongly magnetized plasma*, 2025.
- [2] F. Filbet, L. Rodrigues, K. Trinh. *A modified Crank-Nicolson scheme for the Vlasov-Poisson system with a strong external magnetic field*. *Journal of Computational Physics*, **552**, 2026.
- [3] L. Ricketson, L. Chacón. *An energy-conserving and asymptotic-preserving charged-particle orbit implicit time integrator for arbitrary electromagnetic fields*. *Journal of Computational Physics*, **418**, 2020.

Contact : trinh.kim-han@univ-rennes.fr

Geometric integration techniques for the numerical integration of evolutionary problems

Adrien BUSNOT LAURENT, Inria - Rennes

The aim of this minisymposium is to bring together a diverse international team of young experts in geometric numerical integration and their applications. The talks will discuss how algebraic and geometric tools (Hopf algebras, birealisations, Tchebyshev polynomials, and intrinsic differential geometry) can greatly improve our understanding of modern numerics.

The expected speakers are

- Mathieu Benninghoff (Université de Genève)
- Eugen Bronasco (Chalmers University)
- Adrien Busnot Laurent (Inria Rennes)
- Oscar Cosserat (University of Göttingen)
- Nassim En-Nebbazi (Universite de Pau et des Pays de l'Adour)
- Yingtong Hou (Université de Lorraine)
- Loïc Le Marrec (Univ Rennes)
- Sébastien Macé (Univ Rennes)

Contact : Adrien.Busnot-Laurent@inria.fr

On aromatic trees and related algebraic structures for the study of volume-preserving numerical integrators

Adrien BUSNOT LAURENT, Inria - Rennes

Aromatic Butcher series are the natural extension of the standard B-series that allows to compute the divergence of a Taylor expansion over the jet space of a given ODE. First used as a tool for the study of volume-preserving numerical integrators, they were soon studied for their numerous algebraic properties. In this talk, we will present an overview of recent results, both numerical and algebraic, concerning aromatic trees. After an intuitive definition of aromas with an invariant tensor theorem, we introduce the aromatic bicomplex [5], in the spirit of the variational bicomplex in variational calculus. This new object proves crucial for characterising $\text{Ker}(\text{Div})$ on aromatic trees, derive negative results on volume-preserving methods, and formulate the notion of symmetries and Noether theorems [4] for tree-like structures. If time allows, we will give an overview of related algebraic structures, that are aromatic multi-indices [6], Hopf algebroids [1, 2], and planar aromatic trees [3], and discuss how they will be used to tackle the open problems of geometric integration concerning volume-preservation.

- [1] E. Bronasco, A. Busnot Laurent. *Hopf algebra structures for the backward error analysis of ergodic stochastic differential equations*. Numer. Math., pp. 1–61, 2026.
- [2] A. Busnot Laurent, Y. Li, Y. Sheng. *Post-Hopf algebroids, post-Lie-Rinehart algebras and geometric numerical integration*. arXiv :2512.21971, 2025.
- [3] A. Busnot Laurent, H. Munthe-Kaas, G. S. Venkatesh. *The free tracial post-Lie-Rinehart algebra of planar aromatic trees for the design of divergence-free Lie-group methods*. Submitted, 2026.
- [4] A. Laurent. *The Lie derivative and Noether's theorem on the aromatic bicomplex for the study of volume-preserving numerical integrators*. J. Comput. Dyn., **11(1)**, 10–22, 2024. doi : 10.3934/jcd.2023011.
- [5] A. Laurent, R. I. McLachlan, H. Z. Munthe-Kaas, O. Verdier. *The aromatic bicomplex for the description of divergence-free aromatic forms and volume-preserving integrators*. Forum Math. Sigma, **11**, Paper No. e69, 2023. doi :10.1017/fms.2023.63.
- [6] Z. Zhu, A. B. Laurent. *Aromatic and clumped multi-indices : algebraic structure and Hopf embeddings*. arXiv preprint arXiv :2603.13105, 2026.

Contact : Adrien.Busnot-Laurent@inria.fr

Generating functions for variational integrators

Oscar COSSERAT, Instituto de Ciencias Matemáticas - Madrid

In classical mechanics, the dynamics is provided by a Lagrangian whose extremal paths verify the Euler-Lagrange equation. This talk will explain how Lagrangian submanifolds are a fruitful tool to compute dynamics coming from a variational principle.

At first, I will explain the finite dimensional case, where the geometrical setting is clear. There, I will use some toy examples to illustrate what kind of Lagrangian submanifolds appear and how do they relate to the invariant theory of symplectic numerical methods.

In a second part of the talk, I will sketch some approaches to the infinite-dimensional case. Indeed, partial differential equations deriving from a Lagrangian are at the same time much more intricate and contain many interesting and challenging dynamics. A long term project is to develop such methods to mechanical contexts such as elasticity, where differential geometry may lead to the development of accurate numerical methods delivering, in turn, new mechanical insights.

See, e.g., [1] for a book on generating functions, [2] for some invariant theory of symplectic numerical methods and [3] for some variational integrators in field theory. This talk is based on a work in progress with D. M. de Diego, S. Leyendecker, R. Sato and T. Wang.

[1] S. Benenti. *Hamiltonian Structures and Generating Families*. Universitext. Springer New York, 2011.

[2] O. Cosserat. *Some stability properties of Hamiltonian Poisson integrators*, 2025.

[3] J. Vankerschaver, C. Liao, M. Leok. *Generating functionals and lagrangian partial differential equations*. Journal of Mathematical Physics, **54(8)**, 082901, 2013. doi :10.1063/1.4817391.

Contact : oscar.cosserat@icmat.es

Multi-indices Butcher Series

Yingtong HOU, IECL - Nancy

In this talk, I will introduce multi-indices B-series which are obtained by replacing rooted trees with a new combinatorial set : multi-indices. The combinatorial shift allows for a more compact description of numerical schemes. Furthermore, such multi-indices B-series uniquely characterise the Taylor expansions of one-dimensional local and affine equivariant maps. I will also briefly introduce the composition and substitution of multi-indices B-series. It is based on the work with Yvain Bruned and Kurusch Ebrahimi-Fard.

Contact : yingtong.hou@univ-lorraine.fr

Sur la structure des équations de la dynamique des poutres et une classification des problèmes associés

Oscar COSSERAT, Instituto de Ciencias Matemáticas, ICMAT - Madrid, France
Loïc LE MARREC, Univ Rennes, CNRS, IRMAR - UMR 6625 - F-35000 Rennes, France
Aftab Yusuf PATEL, Univ Rennes, CNRS, IRMAR - UMR 6625 - F-35000 Rennes, France

Par structures élancées à une dimension on regroupe divers modèles élastiques : les cordes, les filaments, les poutres ou les câbles. Pour un de ces exemples il peut exister plusieurs modèles : modèle d'Euler-Bernoulli, de Timoshenko, de Kirchhoff. Nous présenterons une formulation générique de ces modèles de structures élancées qui s'appuie sur la cinématique de Cosserat en grande déformation et en grand déplacement. Ce problème hautement non-linéaire a néanmoins une formulation très simple quand un formalisme géométriquement exact est proposé [1].

La dynamique tri-dimensionnelle s'exprime alors sous la forme de deux problèmes faiblement découplés.

Le premier problème gouverne la dynamique des variables de l'espace tangent : vitesses, déformations. Il s'exprime sous la forme d'une EDP de transport avec un terme quadratique générant des couplages entre les dynamiques de flexion, longitudinales et de torsion. Dans son cadre général, cette EDP est composée de 12 équations et de 12 variables.

Les variables cinématiques (position et rotation) sont associées à un problème d'EDO dont les termes sources sont les variables de l'espace tangent. De manière curieuse, cette formulation permet de déterminer les variables cinématiques soit à partir d'une EDO en espace, soit à partir d'une EDO en temps.

Dans un dernier temps nous montrerons les conséquences de cette formulation géométriquement exacte sur le plan physique et numériques en fournissant quelques exemples.

Les auteurs souhaitent remercier le GDR 'Géométrie Différentielle et Mécanique' (GDR GDM) pour son soutien et pour les riches discussions associées à ce projet. Nous souhaitons également remercier l'AMIES (Agence pour les Mathématiques en Interaction avec l'Entreprise et la Société) pour leur soutien financier au post-doc d'Aftab Yusuf Patel. Enfin, nous remercions l'entreprise D-ICE pour l'intérêt porté à cette étude.

[1] O. Cosserat, L. L. Marrec. *Timoshenko beam under finite and dynamic transformations : Lagrangian coordinates and hamiltonian structures*. Communications in Analysis and Mechanics, **18(1)**, 37–69, 2026. doi :10.3934/cam.2026002.

Méthodes numériques pour les plasmas

La simulation numérique des plasmas par des méthodes précises, stables et raisonnablement couteuses demeure un problème difficile pour espérer les utiliser dans un contexte prédictif. Le caractère multi-échelle, non linéaire et géométrique de la physique sous jacente rend les simulations numériques actuelles consommatrices et parfois peu précises. Le but de ce mini-symposium est de présenter quelques techniques et outils numériques actuelles pour améliorer les codes existants. Parmi les outils actuels, les techniques de réduction de modèles, les réseaux de neurones profonds, et les méthodes numériques géométriques se sont imposés comme des outils de choix pour améliorer et aider les codes existants.

La liste des orateurs est la suivante :

- Valentin Carlier, EPFL.
- Victor Fournet, IPP Garching.
- AnnaMaria Massimini, CERMICS.
- Elena Moral Sanchez, IPP Garching (à confirmer).

Contact :

Finite elements for the simulation of plasma turbulence in the Tokamak boundary

Annalisa BUFFA, EPFL, Institute of Mathematics - Lausanne
Valentin CARLIER, EPFL, Institute of Mathematics - Lausanne
Marco PICASSO, EPFL, Institute of Mathematics - Lausanne
Markus RENOLDNER, EPFL, Institute of Mathematics - Lausanne
Paolo RICCI, EPFL, Swiss Plasma Center - Lausanne

We will present a finite element approach to solve a subset of the drift reduced Braginskii equations [2], used to describe plasma turbulence in the boundary of fusion device. The studied system features different phenomena with various time scales : the typical time of interest for turbulence is around $10^5 s^{-1}$, while the fastest wave, the shear Alfvén wave have a frequency of $10^8 s^{-1}$. In order to avoid a drastic CFL condition, we propose to use an IMEX time integration strategy, treating the transport explicitly and the fast wave implicitly [1]. The remaining shear Alfvén wave system that needs to be solved implicitly is a constrained system and we exploit this to propose a mixed formulation that can be reduced using a Schur complement method. However, due to the strongly anisotropic nature of the system, this leads to an almost ill posed problem of type $A + \epsilon B$, where A which is a Laplacian along the magnetic field lines is not invertible due to the presence of closed field lines. Hence, one must exploit the special structure of the problem to obtain an efficient way to solve it. The aim of this presentation is therefore to present the small Braginskii system, its specific structure and our strategy to obtain a stable and efficient discretization.

- [1] M. Bassanini, S. DeParis, F. Sala, R. Tenderini. *Imex-rb : a self-adaptive imex time integration scheme exploiting the rb method*. arXiv preprint arXiv :2506.16470, 2025.
- [2] M. Giacomini, P. Ricci, A. Corrado, G. Fourestey, D. Galassi, E. Lanti, D. Mancini, N. Richart, L. N. Stenger, N. Varini. *The gbs code for the self-consistent simulation of plasma turbulence and kinetic neutral dynamics in the tokamak boundary*. Journal of Computational Physics, **463**, 111294, 2022.

Contact : valentin.carlier@epfl.ch

Non-linear control variate in δf methods using symplectic neural networks

Martin CAMPOS-PINTO, IPP - Garching bei München, Germany

Victor FOURNET, IPP - Garching bei München, Germany

Emmanuel FRANCK, IRMA - Strasbourg, France

Victor MICHEL-DANSAC, IRMA - Strasbourg, France

We are interested in the numerical simulation of Vlasov-Poissons equations in the context of kinetic plasma simulations. A widely used numerical method to solve such equations is the so-called Particles-in-Cell (PIC) method. One of the main limitations of this method is the inherent statistical noise, which decreases slowly as the number of particles increases.

In order to reduce the statistical noise, PIC methods often follow a so-called δf approach, which consists of decomposing the transported density in two parts, a bulk density f_0 given by an analytical formula and a variation δf represented with numerical particles.

In many practical problems the plasma either remains close to an equilibrium state, which allow to significantly reduce the noise. In some cases however the plasma evolves in an unpredictable way and f_0 needs to be updated by a self-consistent algorithm to better follow the total density. This can be achieved, for instance, using semi-Lagrangian methods [1].

In this work, we propose a new strategy to update the bulk density f_0 . We introduce a δf method in which the bulk density is periodically recomputed using symplectic neural networks[2]. These networks are trained on particle trajectories and provide a structure-preserving approximation of the underlying dynamics. This approach allows us to evolve the bulk density without relying on a phase-space grid. We present results in 1D1V and in 3D3V.

Références

- [1] M. Campos Pinto, M. Pelz, and P.-H. Tournier, *A δf PIC method with Forward-Backward Lagrangian reconstructions*, Physics of Plasmas 30.3 (2023).
- [2] Jin, P., Zhang, Z., Zhu, A., Tang, Y. and Karniadakis, G. E. (2020), *SympNets : Intrinsic structure-preserving symplectic networks for identifying Hamiltonian systems*, Neural Networks, 132, 166-179.

Contact : victor.fournet@ipp.mpg.de

Two structure-preserving finite volume schemes for a generalized Poisson–Nernst–Planck system with cross-diffusion

Clément CANCÈS, Univ. Lille, CNRS, Inria, UMR 8524 - Laboratoire Paul Painlevé - Lille
Maxime HERDA, Univ. Lille, CNRS, Inria, UMR 8524 - Laboratoire Paul Painlevé - Lille
Annamaria MASSIMINI, CERMICS, ENPC - Marne-La-Vallée

In this talk, I will present two finite volume approaches [1, 2] for modeling the diffusion of ions in constrained geometries using a degenerate Poisson–Nernst–Planck system with size exclusion, leading to cross-diffusion. Both methods rely on a two-point flux approximation and belong to the class of exponentially fitted schemes. The only difference between them lies in the choice of a Stolarsky mean for the drift term arising from a self-consistent electric potential.

The first version of the scheme, referred to as (SQRA), uses a geometric mean and extends the square-root approximation scheme. The second scheme, (SG), employs an inverse logarithmic mean and yields a generalized version of the Scharfetter–Gummel scheme.

Both schemes are shown to be thermodynamically consistent, in the sense that they ensure the decay of a discrete free energy. Classical numerical analysis results—such as the existence of a discrete solution and the convergence of the scheme as the mesh size and time step tend to zero—are established. The long-time behavior of the schemes is also investigated, both theoretically and numerically. Numerical simulations confirm the theoretical findings, while also indicating a possibly very slow convergence of the system toward equilibrium.

- [1] C. Cancès, M. Herda, A. Massimini. *Finite volumes for a generalized poisson-nernst-planck system with cross-diffusion and size exclusion*. In *International Conference on Finite Volumes for Complex Applications*, pp. 57–73. Springer, 2023.
- [2] C. Cancès, M. Herda, A. Massimini. *Convergence and long-time behavior of finite volumes for a generalized poisson-nernst-planck system with cross-diffusion and size exclusion*. arXiv preprint arXiv :2411.11583, 2024.

Contact : annamaria.massimini@enpc.fr

MINISYMPOSIUM

**“Comment rendre un système algébrique moins non linéaire :
corésolution, préconditionnement et préaplatissement”**

Mounir HADDOU, IRMAR, INSA Rennes - Rennes
Quang Huy TRAN, IFPEN - Rueil-Malmaison
Ibtihel BEN GHARBIA, IFPEN - Rueil-Malmaison

Dans ce minisymposium, nous présentons quatre travaux doctoraux récents concernant la résolution numérique des systèmes d'équations algébriques non linéaires. Le point commun des systèmes considérés est la forte raideur associée aux non-linéarités du système, laquelle est à l'origine des problèmes de lenteur voire de non convergence lors de la résolution numérique par une méthode de type Newton. Se pose alors la question de savoir comment améliorer la robustesse et la rapidité de l'algorithme de base. À cette fin, plusieurs voies sont explorées.

Lorsque le système algébrique provient de la discrétisation d'un problème d'évolution, le pas de temps joue un rôle prépondérant dans la difficulté rencontrée. Plus il est grand, plus on économise en nombre d'itérations temporelles mais plus ardue sera chacune d'entre elles. À l'inverse des heuristiques de gestion du pas de temps, l'approche de *corésolution* se propose de trouver le compromis idéal entre la grandeur du pas de temps et la raideur de chaque itération temporelle en considérant le pas de temps comme une inconnue à part entière et en lui adjoignant des contraintes issues des hypothèses du théorème de convergence de Newton-Kantorovich.

Sans toucher au pas de temps, une idée alternative consiste à identifier dans le système les degrés de liberté “sensibles” et à les éliminer. En effet, on constate que dans un système de grande taille, seul un petit nombre de “mauvaises” inconnues/équations sont responsables de la dégradation de Newton. Ce sont par exemple les variables/résidus au voisinage d'un front. L'élimination revient alors à déployer une procédure à deux pas : (1) on évalue les mauvaises inconnues en fonction des bonnes variables et à partir des mauvaises équations ; (2) on substitue les valeurs obtenues dans les équations restantes. Elle s'interprète comme un *préconditionnement* à droite.

Enfin, une démarche plus originale désignée par le vocable de *préaplatissement* préconise de procéder formellement comme un préconditionnement au sens où l'on transforme le système de départ en un autre avant d'appliquer Newton, mais elle est munie d'un ingrédient supplémentaire qui est une mesure de la non-linéarité du système, appelée “platitude”. Celle-ci régit également la vitesse de convergence locale de Newton et bénéficie d'un statut semblable à la notion de conditionnement vis-à-vis d'un système linéaire. La transformation du système doit être opérée de sorte à diminuer cette platitude.

Les orateurs et titres presentis sont :

1. COUVEZ Antonin, CEA Saclay. “Optimisation numérique pour les problèmes couplés de Thermo-hydraulique-Transport-Chimie”.
2. BRANCHU-HAREL Arthur, INSA Rennes. “Solveurs implicites avec corésolution du pas de temps pour les problèmes d'évolution en géosciences”.
3. MARELLI Alessandra, Université Côte d'Azur. “Préconditionnement non linéaire pour la résolution des problèmes avec fortes hétérogénéités en géosciences”.
4. DANG Ngoc Do Quyen, IFPEN. “Accélération des méthodes de type Newton pour les systèmes non linéaires par des techniques de préaplatissement”.

Contact : mounir.haddou@insa-rennes.fr

Co-résolution du pas de temps par optimisation sous contraintes pour les solveurs implicites

Ibtihel BEN-GHARBIA, IFPEN - Rueil-Malmaison
Arthur BRANCHU-HAREL, IRMAR – INSA - Rennes
Mounir HADDOU, IRMAR – INSA - Rennes
Quang Huy TRAN, IFPEN - Rueil-Malmaison

Nous nous intéressons au problème du choix du pas de temps dans les schémas numériques implicites pour la résolution d'EDO et d'EDP non linéaires. En effet, les schémas implicites sont théoriquement inconditionnellement stables, mais le caractère non linéaire ainsi que le choix du solveur peuvent contraindre le choix du pas de temps afin de garantir la convergence. La majorité des méthodes développées pour adresser ce problème se base sur des heuristiques et adoptent une approche « essayer-adapter-essayer » [2]. A contrario, des méthodes plus rigoureuses, mais moins génériques et plus coûteuses ont été développées, comme les méthodes de continuation [4] ou de co-résolution [3]. Une nouvelle approche a été proposée et étudiée sur des EDO scalaires et vectorielles simples à l'occasion de deux stages à l'INSA Rennes en partenariat avec IFPEN. Elle consiste à formuler un problème d'optimisation convexe sous contraintes visant à maximiser le pas de temps. Un ensemble de contraintes a été proposé, garantissant d'une part l'existence d'une solution du schéma numérique et d'autre part la faisabilité du pas de Newton. Une méthode de résolution de ce problème d'optimisation a également été présentée basé sur une stratégie de découplage.

Nous avons poussé l'étude de cette approche au cadre des EDP, comme le p-laplacien instationnaire (diffusion non linéaire) et l'équation d'Allen-Cahn. Ces problèmes ont révélé des limites dans les choix des contraintes ainsi que des difficultés numériques. Pour le p-laplacien, la condition de faisabilité du pas de Newton est inutile du fait des propriétés de la Jacobienne. Dans le cas d'Allen-Cahn, le calcul de la plus petite valeur propre s'est avéré nécessaire à cause des limites de calcul du déterminant par MATLAB. Nos observations ont par ailleurs soulevé des questions sur la concavité de la fonction valeur propre. Nous avons aussi expérimenté des contraintes construites à partir des théorèmes de convergence semi-locale de la méthode de Newton comme ceux de Kantorovitch et Smale [1]. Elles ont l'avantage de garantir la convergence de Newton, mais souvent au prix d'un important coût d'évaluation des contraintes.

- [1] J.-P. Dedieu. *Points fixes, zéros et la méthode de Newton*, vol. 54 of *Mathématiques et Applications*. Springer Berlin Heidelberg, 2006. doi :10.1007/3-540-37660-7.
- [2] N. Leterrier. *ARES : An efficient approach to adaptive time integration for stiff differential-algebraic equations*. *Computers & Chemical Engineering*, **119**, 46–54, 2018. doi : 10.1016/j.compchemeng.2018.08.009.
- [3] G. Ren, R. M. Younis. *Efficient co-solution of time step size and independent state in simulations of fluid-driven fracture propagation with embedded meshes*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **123(10)**, 2262–2289, 2022. doi :10.1002/nme.6935.
- [4] R. Younis, H. Tchelepi. *Adaptively localized continuation-newton method–nonlinear solvers that converge all the time*. *SPE Journal - SPE J*, **15**, 526–544, 2010. doi :10.2118/119147-PA.

Contact : arthur.branchu-harel@insa-rennes.fr

Condition de convergence de l'algorithme de Newton pour un système de transport-réactif sous cinétique en milieu poreux saturé

Antonin COUVEZ, LDEL - CEA Saclay

Nikos LETERRIER, LDEL - CEA Saclay

Alexiane PLESSIER, LTBC - CEA Saclay **Pascal OMNES**, LKAN - CEA Saclay

Les équations du transport réactif, en milieu poreux saturé sous cinétique, forment un système d'équations algèbro-différentielles qui permettent de décrire l'évolution d'espèces chimiques en fonction de leur transport et des réactions chimiques [1]. Ces équations se présentent sous la forme :

$$\begin{cases} \partial_t(\phi \mathbf{C}_i) + \nabla \cdot (\mathbf{C}_i \vec{U} - \phi d_i \nabla \mathbf{C}_i) + f_i(t, x, \mathbf{C}, \mathbf{R}) = 0, \\ \partial_t((1 - \phi)\mathbf{R}_k) - h_k(t, x, \mathbf{C}, \mathbf{R}) = 0, \\ \phi + \sum \mathcal{V}_k \mathbf{R}_k - 1 = 0. \end{cases}$$

où ϕ est la porosité, $(\mathbf{C}_i)_i$ est le vecteur des concentrations des espèces liquides, $(\mathbf{R}_k)_k$ est le vecteur des concentrations des espèces solides, \vec{U} est la vitesse du fluide, f_i et g_k sont les termes de production-destruction chimiques, et \mathcal{V}_k est le volume molaire de l'espèce solide.

La résolution du système discret repose sur l'emploi d'un solveur non linéaire, le plus souvent fondé sur une variante de l'algorithme de Newton. La convergence de cet algorithme dépend fortement de la distance entre l'itération initiale et la solution recherchée. En particulier, une diminution du pas de temps diminue généralement cette distance, augmentant ainsi les chances de convergence de la suite de Newton. Le choix du pas de temps résulte d'un compromis : un pas trop grand peut empêcher la convergence, tandis qu'un pas trop petit accroît inutilement le coût de calcul. Dans le cadre de la résolution par l'algorithme de Newton [2], l'application du théorème de Newton-Kantorovich à notre système a permis d'établir une condition suffisante sur le pas de temps garantissant la convergence de l'algorithme de Newton. Cette borne dépend des paramètres cinétiques ainsi que des propriétés des espèces chimiques considérées. Bien qu'elle ne soit pas optimale, elle permet d'assurer une convergence directe, et contribue ainsi à réduire le coût global de la résolution.

Références

- [1] Nicolas Bouillard, *Développement de méthodes numériques pour le transport réactif*.
- [2] Jean-Pierre Dedieu, *Points Fixes, Zéros et la méthode de Newton*.

Acceleration of Newton-like methods for nonlinear algebraic systems by preflattening techniques

Ngoc Do Quyen DANG, IFP Energies nouvelles – Rueil-Malmaison

Ibtihel BEN GHARBIA, IFP Energies nouvelles – Rueil-Malmaison

Clément CANCÈS, Inria RAPSODI, Laboratoire Paul Painlevé – Lille

Quang Huy TRAN, IFP Energies nouvelles – Rueil-Malmaison

In this work, we endeavor to enhance the efficiency of Newton’s method in solving large nonlinear algebraic systems arising from the numerical discretization of physical models. Over the last two decades, nonlinear *preconditioning* techniques have been introduced to speed up the resolution of nonlinear systems. They rely on solving an equivalent system that is judiciously built by analogy with the linear case. Nevertheless, unlike the linear case, there is no guarantee that the new system will be more suitable for Newtonian solution than the original one, even though this is generally observed in numerical experiments. In the linear case, it is the *condition number* of the matrix that governs the rate of convergence of the linear solver, and we can be sure that the new condition number will be more favorable. In the case of Newton’s nonlinear iterations, this is no longer the case. We do not know exactly which scalar quantity has decreased between the old system and the new one. So, even if nonlinear preconditioning works, its foundation remains intuitive and heuristic, which hinders further improvements.

The main idea of our new approach stems from an observation that when the system is linear, Newton’s method converges in a single iteration (at least in exact arithmetic). Based on this observation, we propose to explore transformations of the original system into an equivalent system that is “less nonlinear” in a quantitative sense to be specified via the definition of a *flatness number*. The latter is naturally related the rate of convergence of Newton. To distinguish this approach, which acts only on the external nonlinear level, from classical nonlinear preconditioning, which acts simultaneously on both the linear and nonlinear levels, we introduce the term *preflattening*.

Contact : ngoc-do-quyen.dang@ifpen.fr

Nonlinear preconditioning techniques for unbalanced nonlinear systems

Quang Huy TRAN, IFPEN - Paris

Alessandra MARELLI, IFPEN, Université Côte d'Azur, INRIA Sophia-Antipolis - Nice

Konstantin BRENNER, Université Côte d'Azur - Nice

The numerical discretization of nonlinear partial differential equations, such as the Richards equation, results in large algebraic nonlinear systems of equations. These systems are typically solved using Newton's method, which exhibits quadratic convergence under certain assumptions on the initial point and the residual function. Additionally, under the further conditions of concavity (or convexity) of the residual function and nonnegative inverse of its Jacobian, Newton's method ensures global monotone convergence. For nonsmooth problems, the semismooth Newton method extends these results under analogous conditions. Despite these favorable properties, Newton's method can encounter significant computational challenges, leading to a deterioration in performance. In this context, nonlinear preconditioning techniques play a crucial role in enhancing its effectiveness. Here, we focus on two approaches based on domain decomposition : the iterative NIEm (Nonlinear Elimination method), a multiplicative strategy that targets a subset of degrees of freedom associated with strong nonlinearities through local elimination, and a block Jacobi/Newton method, an additive technique analogous to the known NKS-RAS method. In this work, we investigate how global monotone convergence properties are affected by nonlinear preconditioning techniques. For both methods, we prove that global monotone convergence is preserved under the additional assumption that the (generalized) Jacobian satisfies an M-matrix property. The proposed framework is applied to three representative problems : the Richards equation, the porous medium equation, and the obstacle problem. Numerical experiments demonstrate that these nonlinear preconditioning strategies significantly improve the robustness and efficiency of Newton-type methods, particularly for problems with unbalanced or stiff nonlinearities, while maintaining stability with respect to physical parameters and mesh refinement.

Contact : alessandra.marelli@univ-cotedazur.fr

Les équations de Vlasov apparaissent naturellement dans de nombreuses applications, notamment en physique des plasmas. Pour prendre en compte le caractère non linéaire et multi-échelles, leur approximation numérique nécessite l'utilisation de techniques avancées. Lors de mini-symposium, nous aurons l'occasion d'écouter quatre exposés dédiés à des contributions récentes sur ce sujet :

- Alain Blaustein (Inria centre de l'université de Lille)
- Bastien Grosse (université de Nantes)
- Sever Hirstoaga (Inria Paris)
- Adel Saleh (Aix-Marseille université)
- Pauline Vidal (IPP, Max Planck Institute)

**NUMERICAL ANALYSIS OF THE
VLASOV-POISSON-FOKKER-PLANCK SYSTEM**

ALAIN BLAUSTEIN, YI CAI, FRANCIS FILBET, AND TAO XIONG

In this talk, we focus on the simulation and the numerical analysis of the Vlasov-Poisson-Fokker-Planck system. We propose a Hermite - discontinuous Galerkin scheme which preserves the physical invariants of the continuous model, and we prove the exponential relaxation of the discrete solutions to equilibrium, uniformly with respect to the discretization parameters. We then verify the high order accuracy and the long time behavior of the method thanks to various numerical simulations.

Fully spectral method for the linearized Boltzmann BGK equation

Bastien GROSSE, LMJL - Nantes

In this talk I will present a spectral scheme for the linearized Boltzmann equation which preserves several invariants as well as the long time asymptotic. The equation is a collisional model, posed on the whole space, in which particles are confined by a potential ϕ . It is known since Boltzmann that the space of steady states (i.e. solutions of the equation lying in the kernel of the collision operator) depends strongly on the potential [2]. It contains in general the constants and the hamiltonian, but if ϕ is harmonic, then it also contains additional time-periodic modes. Each of these mode is paired with a time invariant quantity (mass, energy...). It has been shown in [1] that the solution converges at exponential rate toward a unique linear combination of these mode. This result was obtained by using hypocoercivity techniques : it consists in finding a suitable norm, in which the sum of the transport and collision operators is coercive.

After an introductory example of hypocoercivity for matrices, we will focus the scheme. It is obtained by projecting the equation on the basis of Hermite polynomials in velocity, and on orthonormal polynomials with respect to the weight $e^{-\phi}$ in space, thus defining a fully spectral scheme [3]. We will show that it preserves every invariants as well as hypocoercivity. Since our choice of basis is not classic, we will discuss the computation of the orthonormal polynomials sequence for the weight $e^{-\phi}$. Finally, simulations will be presented.

- [1] K. Carrapatoso, J. Dolbeault, F. Hérau, S. Mischler, C. Mouhot, C. Schmeiser. *Special macroscopic modes and hypocoercivity*. Journal of the European Mathematical Society, 2023. 65 pages, 1 figure.
- [2] C. Cercignani. *The Boltzmann Equation and Its Applications*. Applied Mathematical Sciences. Springer New York, 2012.
- [3] B. Grosse. *Fully spectral scheme for the linear BGK equation on the whole space*, 2025. Working paper or preprint.

Contact : bastien.grosse@univ-nantes.fr

Modèles asymptotiques et méthode pararéelle pour des équations de Vlasov multi-échelles

Sever HIRSTOAGA, Inria & Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

L'objectif de cet exposé est la résolution d'une équation de type Vlasov à plusieurs échelles de temps, avec une méthode numérique parallèle en temps. Tout d'abord, on dérive des modèles réduits d'ordre 0 et 1 à partir de développements asymptotiques à deux échelles. Ces modèles fournissent une approximation de l'équation initiale avec un coût de calcul plus faible. Ensuite, on considère l'approche de l'algorithme pararéel où l'on propose d'utiliser les modèles réduits pour construire les solveurs grossiers. Quelques applications à des problèmes de physique des plasmas illustrent l'efficacité de cette stratégie [1].

- [1] S. A. Hirstoaga. *A first-order reduced model for a highly oscillating differential equation with application in Penning traps*. SIAM Journal on Scientific Computing, **46**(5), S225–S245, 2024.

Contact : sever.hirstoaga@inria.fr

h-adaptive Hybridizable Discontinuous Galerkin methods for the study of diocotron-like equilibria and instabilities of the Guiding-Center model on general geometry

Adel Saleh

I2M Institut de Mathématiques de Marseille
Aix-Marseille Université

adel-mounzer.saleh@univ-amu.com

Abstract. In this talk, we present h -adaptive Hybridizable Discontinuous Galerkin methods for simulating diocotron like equilibria and instabilities on general domains which are possibly neither convex nor smooth. We start by showing that the proposed method provides the expected instability growth rates on the disk and disk-like domains and exhibits good conservation of mass and energy. We then generalize the results to more complex geometries, such as star shaped and ITER like domains, by computing localized diocotron like equilibria using the Newton-Raphson-Galerkin method applied to a semi-linear elliptic problem. We move on to perturb the obtained equilibria similarly to how it's done on the disc but using a geometry specific angle, which triggers specific instability modes as expected, and we study the interaction of these instabilities with the geometry and corners. Along the way, we discuss how to utilize h -adaptivity to enhance the performance and convergence of the methods, with minimal sacrifice of accuracy and conservation. We conclude with perspectives on p -adaptivity and optimization to make these methods more competitive with their Continuous Galerkin and Semi-Lagrangian counterparts.

Keywords: Hybridizable; Discontinuous Galerkin; Newton-Raphson; Diocotron; ITER; Guiding-Center; Equilibria.

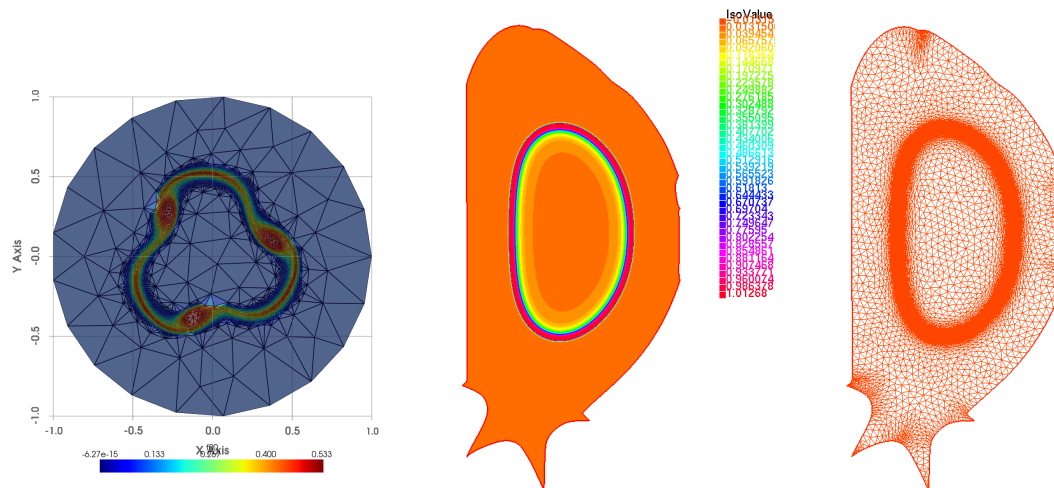


Figure 1: Figure 1: snapshot of the simulated density ρ of the Guiding-Center model at times $t = 40$ showing the development of the diocotron instability with mode $k = 3$ and adaptive mesh refinement using a gradient indicator using $\nabla\rho$. Figure 2: diocotron like equilibrium on ITER geometry computed using Newton-Galerkin. Figure 3: adapted mesh for diocotron equilibrium.

Spline interpolation on a multi-patch geometry with an X-point for Vlasov-type equation solved with a BSL method

Pauline VIDAL, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik - Garching (Germany)

We present a backward semi-Lagrangian (BSL) method for the numerical resolution of Vlasov-type equations on multi-patch meshes. In a tokamak, the charged particles are strongly driven by the toroidal magnetic field, and slowly drifted by the poloidal magnetic field. Their motion is governed by Vlasov-type equations. In the BSL method, we follow the particle trajectory with the method of characteristics. We align the mesh lines on the flux surfaces of the toroidal magnetic field. These mesh lines separate the poloidal plane into different zones with different regimes : fast motion in the core with an O-point where the mesh lines converge ; slow motion at the edge with an X-point where they diverge. Both come with singularities in the coordinate transformation. We employ a multi-patch approach and apply a tensor-product local cubic spline interpolation with Hermite boundary conditions between the patches to represent the physical quantities. In this talk, we present the derivative reconstruction at the interfaces to cope both non-uniform and non-conforming meshes [1] and discuss methods to deal with X-point singularities. All the numerical results are obtained using the Gyselalib++ library.

Références

- [1] P. Vidal, E. Bourne, V. Grandgirard, M. Mehrenberger, E. Sonnendrücker *Local cubic spline interpolation for Vlasov-type equations on a multi-patch geometry*. Journal of Scientific Computing 106(2) :58, Jan 2026.

Contact : pauline.vidal@ipp.mpg.de

Modélisation et approximation numérique de systèmes multi-espèces

Clément CANCEÈS, Inria RAPSODI, Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Maxime HERDA, Inria RAPSODI, Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Thomas REY, Laboratoire Jean-Alexandre Dieudonné - Nice

De nombreux modèles, particulièrement en mécanique des fluides multi-phasiques et en sciences des matériaux, font intervenir plusieurs espèces aux propriétés physico-chimiques différentes. D'un point de vue mathématique, cela conduit à des systèmes d'équations aux dérivées partielles présentant des dégénérescences ou faisant apparaître des interfaces, pour lesquelles les théories classiques d'analyses mathématique et numérique ne s'appliquent pas directement. Vu leur importance, ces sujets ont bien entendu été au coeur de nombreux travaux depuis l'émergence de la thermodynamique au 19^{ème} siècle, puis l'essor des méthodes numériques au cours du 20^{ème} siècle. Cependant, la thématique reste très dynamique, avec des liens forts aux problématiques de transition énergétique.

Sans avoir la prétention de faire le tour du sujet, ce minisymposium permettra de mettre en lumière quelques contributions apportant des solutions mathématiques originales à des problèmes physiques complexes. Les orateurs suivants ont accepté d'y présenter leurs travaux récents :

- Margherita Castellano (École Polytechnique, Palaiseau) parlera de l'analyse numérique d'un schéma volumes finis pour un modèle de champ de phase pour les mélanges ternaires avec surfactant ;
- Fabien Lespagnol (Inria, Montpellier) analysera la convergence d'une méthode de pénalisation pour des écoulements à bulles compressibles ;
- Annamaria Massimini (ENPC, Marne-la-Vallée) présentera un schéma volumes finis hybride préservant la structure de flot de gradient généralisé pour un système avec diffusion croisée anisotrope ;
- Antoine Zurek (UT Compiègne) développera une approche de type preuve assistée par ordinateur pour l'étude d'un système parabolique multi-espèces à frontières libres.

Convergence analysis of a finite volume scheme for a phase-field model of a ternary mixture with surfactants

Margherita CASTELLANO, CMAP - Palaiseau

Ludovic GOUDENÈGE, LaMME - Évry Flore NABET, CMAP - Palaiseau

This work studies the numerical analysis of a phase field model with surfactants introduced by Laradji et al. [2]. The model describes phase separation between water and air in the presence of surfactants (Surface Active Agents), which interact actively with the interface. We model this dynamics using two coupled Cahn-Hilliard equations. The first equation describes phase separation between water and air through an order parameter ϕ , while the second captures how surfactants (concentration c) migrate to and accumulate at the interface. We seek $\phi : (0, T) \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ and $c : (0, T) \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ satisfying

$$\left\{ \begin{array}{ll} \partial_t \phi = M_\phi \Delta \mu, & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega, \\ \mu = -\epsilon_\phi \Delta \phi + \frac{1}{\epsilon_\phi} f'_\phi(\phi) + \partial_\phi W(\phi, c), & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega, \\ \partial_t c = M_c \Delta \eta, & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega, \\ \eta = -\epsilon_c \Delta c + \frac{1}{\epsilon_c} f'_c(c) + \partial_c W(\phi, c), & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega, \\ \nabla \phi \cdot \vec{n} = \nabla c \cdot \vec{n} = \nabla \mu \cdot \vec{n} = \nabla \eta \cdot \vec{n} = 0, & \forall (t, x) \in (0, T) \times \partial \Omega, \end{array} \right.$$

where Ω is a bounded open set of \mathbb{R}^d ($d = 2$ or 3), ϵ_ϕ and ϵ_c represent interface thicknesses associated with ϕ and c , respectively, and the diffusion coefficients M_ϕ and M_c are physical parameters called mobilities. The potentials $f_\phi(\phi)$ and $f_c(c)$ are classical fourth-order polynomial double-well potentials that ensure phase separation. We rely on the coupling potential $W(\phi, c) = -\alpha |\nabla \phi|^2 c + \beta \phi^2 c - \gamma \phi^3 c + \delta |\nabla \phi|^4$ introduced by [3], where the first three terms model the interaction between air, water, and surfactants, and the last term guarantees stability. We propose a Discrete Duality Finite Volume (DDFV) scheme to approximate the system, and prove the convergence of the discrete solution towards a weak solution of the continuous problem. From a mathematical perspective, this is particularly challenging due to the strong nonlinearities in the coupling potential, which require the strong convergence of the discrete gradient. This motivates the choice of the DDFV method. The convergence is established using discrete results, such as energy estimates, *a priori* bounds on the discrete solutions, and compactness arguments (including in particular the discrete Aubin-Simon lemma [1]). The strong convergence of the discrete gradient is obtained using Minty's trick, allowing us to pass to the limit in the most nonlinear terms. Finally, we validate the model through numerical simulations.

- [1] T. Gallouët, J.-C. Latché. *Compactness of discrete approximate solutions to parabolic PDEs - Application to a turbulence model*. Communications on Pure and Applied Analysis, **11(6)**, 2371–2391, 2012. doi :10.3934/cpaa.2012.11.2371.
- [2] M. Laradji, H. Guo, M. Grant, M. J. Zuckermann. *The effect of surfactants on the dynamics of phase separation*. Journal of Physics : Condensed Matter, **4(32)**, 6715, 1992.
- [3] J. Zhang, C. Chen, J. Wang, X. Yang. *Efficient, second order accurate, and unconditionally energy stable numerical scheme for a new hydrodynamics coupled binary phase-field surfactant system*. Computer Physics Communications, **251**, 107122, 2020. doi :10.1016/j.cpc.2019.107122.

Contact : margherita.castellano@polytechnique.edu

Analyse de convergence d'une méthode de pénalisation pour des écoulements à bulles compressibles

Matthieu HILLAIRET, IMAG, ANGUS, Univ Montpellier, Inria, CNRS - Montpellier
Fabien LESPAGNOL, IMAG, ANGUS, Univ Montpellier, Inria, CNRS - Montpellier
Nicolas SEGUIN, IMAG, ANGUS, Univ Montpellier, Inria, CNRS - Montpellier

Dans cet exposé, je présenterai un résultat d'existence de solutions faibles pour un modèle d'écoulements à bulles compressibles dérivé dans [1, 2]. La dynamique des bulles y est obtenue formellement comme la limite des équations de Navier–Stokes compressibles diphasiques lorsque la viscosité de cisaillement dans les bulles tend vers l'infini. Dans le cas de bulles sphériques, la vitesse du fluide dans les bulles se décompose alors en trois modes : translation, rotation et compression–dilatation. Le modèle limite couple ainsi les équations de Navier–Stokes compressibles à un système d'EDO décrivant la dynamique des bulles.

La preuve d'existence repose sur la théorie de Lions et Feireisl pour les fluides compressibles visqueux, combinée à l'ajout d'un terme de pénalisation permettant d'approcher la contrainte cinématique dans les domaines bulles. Cette approche permet ainsi dans le même temps de justifier la convergence d'un schéma de pénalisation pour le modèle fluide-bulles et ouvre la voie à une méthode numérique de type domaine fictif.

La principale nouveauté de ce travail provient des non-linéarités induites par la variation de volume des bulles, notamment dans les termes de convection et de pression des équations de Navier-Stokes, dont l'analyse nécessite des arguments de compacité adaptés au cadre compressible.

Les résultats présentés sont issus du preprint [3].

- [1] M. Hillairet, H. Mathis, N. Seguin. *Analysis of compressible bubbly flows. Part I : construction of a microscopic model*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 2023.
- [2] M. Hillairet, H. Mathis, N. Seguin. *Analysis of compressible bubbly flows. Part II : Derivation of a macroscopic model*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 2023.
- [3] F. Lespagnol, M. Hillairet. *Existence of solutions for an interaction problem between a bubble and a compressible viscous fluid*, 2026.

Contact : fabien.lespagnol@umontpellier.fr

Schéma volumes finis hybride préservant la structure pour un système de diffusion croisée anisotrope

Virginie EURLACHER, CERMICS, ENPC - Marne-La-Vallée

Annamaria MASSIMINI, CERMICS, ENPC - Marne-La-Vallée

Julien MOATTI, Bordeaux INP, Univ. Bordeaux, CNRS, Inria, IMB, UMR 5251 - Talence

Dans cet exposé, je vais présenter une méthode de volumes finis hybride sur des maillages polygonaux et polyédriques généraux pour la modélisation d'un système de diffusion croisée anisotrope issu d'un processus stochastique mésoscopique décrivant la diffusion dans les solides, sous une contrainte d'exclusion de taille. Ce système possède une structure entropique, qui est exploitée pour définir le schéma numérique en termes de variables d'entropie (discrètes), et qui est ainsi préservée au niveau discret.

Cette structure permet de démontrer l'existence de solutions discrètes non négatives satisfaisant la contrainte d'exclusion de taille ainsi que la conservation de la masse, et d'établir la convergence du schéma sous raffinement du maillage. À notre connaissance, il s'agit du premier travail proposant et analysant un schéma de volumes finis hybride préservant la structure pour des systèmes de diffusion croisée anisotrope sur des maillages polygonaux et polyédriques généraux.

Le preprint associé à cet exposé est [1].

- [1] V. Ehrlacher, A. Massimini, J. Moatti. *Structure-preserving hybrid finite volume scheme for an anisotropic cross-diffusion system*, 2026. Preprint, HAL : hal-05589824.

Contact : annamaria.massimini@enpc.fr

Une approche de type preuve assistée par ordinateur pour l'étude du système DPCM

Antoine ZUREK, LMAC - Compiègne

Dans cet exposé, je m'intéresserai à l'étude d'un système parabolique unidimensionnel décrivant la corrosion d'un baril métallique en milieu aqueux. Ce modèle est appelé DPCM (*Diffusion Poisson Coupled Model*) et a été introduit afin d'étudier la viabilité d'une option de stockage des déchets nucléaires par enfouissement. D'un point de vue mathématique, le système est constitué d'équations de type convection-diffusion définies sur un domaine mobile et couplées entre elles par une équation de Poisson. Enfin, la définition du système est complétée par des conditions non-linéaires aux bords de type Robin (ainsi que par des conditions initiales).

Du fait des nombreux couplages, des non-linéarités ainsi que des interfaces mobiles du domaine de définition du système, l'étude théorique du DPCM est une question particulièrement délicate. En effet, la structure des équations ne nous a pas permis d'obtenir, par exemple, des estimations a priori permettant de justifier, au moins formellement, l'existence de solutions globales en temps. Cependant, de nombreux résultats numériques semblent indiquer que de telles solutions existent et mettent également en avant l'existence de solutions de type onde progressive. C'est ce type de solutions que je considérerai dans cet exposé.

Plus précisément, après avoir introduit le concept d'ondes progressives pour le DPCM, j'expliquerai comment la démarche introduite dans [2] nous a permis de montrer l'existence de ce type de solutions. Une fois l'existence de ces solutions établie, une question naturelle est alors de s'intéresser à leur stabilité. Cette question se révèle également délicate et nous a conduit, dans un travail récent, voir [1], à reprendre la technique de preuve d'existence de solutions stationnaires introduite dans [2], mais également à introduire une nouvelle méthode (toujours assistée par ordinateur) pour étudier la stabilité ou l'instabilité de ces solutions.

Les résultats présentés dans cet exposé ont été obtenus en collaboration avec Maxime Breden (CMAP), Matthieu Cadiot (CMAP) et Claire Chainais-Hillairet (Université de Lille).

- [1] M. Breden, M. Cadiot, A. Zurek. *Constructive existence proofs and stability of stationary solutions to parabolic pdes using gegenbauer polynomials*, 2026. Hal-05570965.
- [2] M. Breden, C. Chainais-Hillairet, A. Zurek. *Existence of traveling wave solutions for the diffusion poisson coupled model : a computer-assisted proof*. ESAIM : M2AN, **55(4)**, 1669–1697, 2021. doi :10.1051/m2an/2021037.

Contact : antoine.zurek@utc.fr

Le sous-sol: de l'eau, du gaz, des fractures, ... et des maths !

Michel KERN, Inria, Serena - Paris

Une gestion durable des milieux naturels impose de faire cohabiter des usages différents des ressources. Le sous-sol est notre principale ressource en eau potable, mais il est également utilisé pour stocker de l'énergie (géothermie, hydrogène) ou pour séquestrer du dioxyde de carbone. La difficulté d'accès, la grande hétérogénéité des milieux, ainsi que la taille (kilométrique) et la durée (dizaines d'années) des phénomènes envisagés rendent incontournable l'utilisation de modèles mathématiques et de simulations numériques spécifiques.

Les modèles concernés se traduisent notamment par des systèmes couplés d'équations aux dérivées partielles (EDP), souvent non-linéaires, modélisant l'écoulement de plusieurs fluides, la température et les déformations mécaniques des milieux. Différents niveaux de simplifications ou de découplage peuvent être envisagés pour permettre une meilleure compréhension, ou simplement une analyse mathématique et numérique plus poussée. À l'inverse, les industriels recherchent des outils de simulation capables d'appréhender ces phénomènes dans leur globalité.

Ce mini-symposium rassemble plusieurs chercheuses et chercheurs travaillant sur des aspects différents, et complémentaires, de ces modèles. Il présentera un panorama de travaux récents, couvrant des aspects variés des modèles et des méthodes actuelles.

Les orateurs presentis sont :

- **Christophe Bourel** : il présentera deux modèles pour décrire l'écoulement de l'eau dans des aquifères peu profonds. Ces modèles sont construits à partir des composantes de l'écoulement qui sont dominantes dans ce type très courant d'aquifères. Ils s'expriment sous la forme de systèmes d'EDP non-linéaires couplés dont l'analyse mathématique est délicate. L'exposé présentera des schémas numériques efficaces pour leur résolution ainsi que des résultats numériques ;
- **Pauline Chassonery** : elle décrira l'utilisation du code de calcul open-source ComPASS pour la simulation haute-performance d'écoulements multi-phases, multi-composants non-isothermes dans des milieux souterrains faillés. L'utilisation de méthodes numériques avancées (volumes finis sur des maillages non simpliciaux, formulation implicite, couplage thermo-hydro-mécanique) permet des avancées significatives vers un modèle quantitatif du sous-sol pour des simulations en géothermie ou de stockage souterrain du CO₂, prenant en compte des phénomènes comme la réactivation de failles ;
- **Ibtissem Lannabi** : elle montrera une application des techniques d'estimation d'erreurs a posteriori dans le cas d'un modèle de stockage de CO₂ représentatif des difficultés (géologie réaliste, physique complexe) que l'on rencontre dans des situations industrielles. La construction d'estimateurs permettant de séparer les différentes sources d'erreur (discrétisation en espace ou en temps et linéarisation) débouche sur une gestion adaptative du pas de temps ainsi que des critères d'arrêts pour le solveur non-linéaire basés sur une comparaison des différentes erreurs, afin d'assurer une résolution efficace ;
- **Daniel Zegarra Vasquez** : il présentera un modèle d'écoulement dans un milieu poreux fracturé, où les fractures sont représentées comme des surfaces planes qui portent la plus grande partie de l'écoulement. Le couplage entre l'écoulement 3D dans la roche et 2D dans le réseau de fractures conduit, du fait des contraintes imposées par la densité du réseau, à des maillages avec des éléments de faible qualité, et in fine à des systèmes linéaires très mal conditionnés. Ces systèmes peuvent être résolus de manière efficace par l'utilisation de méthodes de décomposition de domaine intégrant une grille grossière construite à partir d'informations spectrales dans les sous-domaines.

Contact : michel.kern@inria.fr

Écoulement de l'eau dans les aquifères peu profonds

Christophe BOUREL, LMPA - Calais Carole ROSIER, LMPA - Calais

Jérôme CARRAYROU, ITES - Strasbourg

Dans cet exposé, nous étudions deux modèles efficaces pour décrire l'écoulement de l'eau dans les aquifères peu profonds (voir [1], [2]). L'objectif est de proposer des alternatives robustes au modèle de Richards 3D dont la résolution numérique s'avère prohibitive dans de telles géométries et sur de grandes échelles de temps.

Comportements dominants effectifs. Nous introduisons pour commencer deux régimes asymptotiques de l'écoulement dans les aquifères peu profonds :

- **La composante rapide** associée à une échelle de temps courte, elle consiste en une famille de problèmes de Richards 1D verticaux, paramétrés par la position horizontale ;
- **La composante lente** sur le temps long, l'écoulement vertical apparaît comme instantané, conduisant à une charge hydraulique constante verticalement. L'évolution de cette charge se réduit à un problème 2D horizontal (approximation de Dupuit).

Modèles approchés couplés. En se basant sur ces comportements dominants, nous proposons deux modèles qui approchent bien le problème de Richards 3D original lorsque le ratio profondeur/largeur est petit, et ce, quel que soit l'échelle de temps considérée :

- Le premier modèle couple deux EDP décrivant l'écoulement sur deux parties du domaine. L'écoulement est considéré purement vertical dans la partie insaturée du domaine (entre le sol et la nappe phréatique). Dans la nappe, l'écoulement est purement horizontal et caractérisé par un problème 2D ;
- Dans le second modèle le couplage «composante rapide»–«composante lente» intervient directement sur les composantes verticale et horizontale du champ de vitesse sur l'ensemble du domaine.

Dans les deux approches, les modèles se réduisent en un système couplant de multiples problèmes de Richards 1D verticaux (indépendants) avec un problème horizontal 2D. Cette structure en fait des modèles très rapides à résoudre numériquement par rapport au problème de Richards 3D complet.

Schémas numériques. Nous présenterons un schéma aux volumes finis, implicite en temps, adapté à la structure spécifique de ces deux modèles. Celui-ci est basé sur l'utilisation d'une méthode de Newton pour la résolution du couplage 1D–2D.

Enfin, nous présenterons des simulations numériques afin de comparer la précision et l'efficacité de ces deux approches vis-à-vis du modèle de référence.

[1] C. Bourel. *Water flow in shallow aquifers without the dupuit hypothesis*. *Computers & Mathematics with Applications*, **163**, 165–185, 2024. doi :<https://doi.org/10.1016/j.camwa.2024.03.027>.

[2] C. Bourel, C. Choquet, C. Rosier, M. Tsegmid. *Modeling of shallow aquifers in interaction with overland water*. *Appl. Math. Model.*, **81**, 727–751, 2020. doi :[10.1016/j.apm.2020.01.011](https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.01.011).

Mécanique du contact dans un milieu poreux fracturé

Laurence BEAUDE, Bureau de Recherches Géologiques et Minières - Orléans
Pauline CHASSONNERY, Lab. Jean-Alexandre Dieudonné, Université Côte d'Azur - Nice
Théophile GUILLON, Bureau de Recherches Géologiques et Minières - Orléans
Mohamed LAAZIRI, Lab. Jean-Alexandre Dieudonné, Université Côte d'Azur - Nice
Simon LOPEZ, Bureau de Recherches Géologiques et Minières - Orléans
Roland MASSON, Lab. Jean-Alexandre Dieudonné, Université Côte d'Azur, Inria - Nice
Farid SMAI, Bureau de Recherches Géologiques et Minières - Orléans

La modélisation d'écoulements fluides dans des milieux poreux fracturés est essentielle pour étudier le sous-sol à l'échelle géologique et comprendre des phénomènes tels que la réactivation de failles. Elle permet de coupler l'écoulement du fluide et le transport d'énergie le long des fractures et dans la roche poreuse environnante, la déformation de ladite roche, et le comportement mécanique spécifique des fractures dû aux lois de contact [1]. Les applications potentielles incluent la géothermie, le stockage souterrain de CO₂ et l'exploitation des saumures magmatiques.

Le logiciel ComPASS (<https://gitlab.com/compass>), développé en collaboration par le Bureau de recherche géologiques et minières, l'Université Côte d'Azur et l'Agence Nationale pour la gestion des Déchets Radioactifs, se veut une plateforme généraliste, open-source et facile d'usage pour réaliser des simulations numériques haute-performances d'écoulements multiphasiques, multicomposants et non-isothermes dans des milieux poreux fracturés. L'objectif est de proposer un modèle quantitatif du sous-sol [3].

Dans cette présentation, nous nous concentrerons sur le versant mécanique du problème. Nous commencerons par discrétiser la déformation élastique de la roche grâce à la méthode des éléments virtuels, une extension naturelle de la méthode des éléments finis aux maillages polyédriques. Nous implémenterons ensuite des lois de contact de Coulomb au niveau des fractures, en discrétisant la tension de contact par une inconnue en chaque face-fracture. Cette formulation permet de traiter des réseaux de fractures comportant des coins, des intersections ou des extrémités non-débouchantes, et aboutit à des conditions de contact locales en chaque face-fracture qui peuvent être résolues par un solveur non-linéaire de type Newton. Elle nécessite cependant une stabilisation, obtenue en enrichissant l'espace de discrétisation d'une inconnue virtuelle supplémentaire en chaque face-fracture [2]. Enfin, nous aborderons le problème thermo-hydro-mécanique complet. Un couplage monolithique se traduisant par un système linéaire de très grande dimension et généralement mal conditionné, nous utiliserons un algorithme de couplage itératif de type point fixe, potentiellement accéléré par la méthode d'Anderson.

Ces travaux ont été financés par l'Agence nationale de la recherche (ANR) au titre du projet ANR-23-CE50-0027.

- [1] F. Bonaldi, J. Droniou, R. Masson, A. Pateau. *Energy stable discretization of two-phase flow in deformable porous media with frictional contact at matrix-fracture interfaces*. Journal of Computational Physics, **455**, 2022.
- [2] J. Droniou, G. Enchéry, A. Haidar, I. Faille, A. Haidar, R. Masson. *A bubble vem-fully discrete polytopal scheme for mixed-dimensional poromechanics with frictional contact at matrix-fracture interfaces*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **422**, 2024.
- [3] A. A. L. Landes, L. Beaupe, D. C. Quiroz, L. Jeannin, S. Lopez, F. Smaï, T. Guillon, R. Masson. *Geothermal modeling in complex geological systems with compass*. Computers & Geosciences, **194**, 2025.

Contact : p.chassonnery@brgm.fr

A posteriori error estimators and adaptivity for CO₂ sequestration

Eric FLAURAUD, IFP Energies nouvelles - Rueil-Malmaison

Ibtissem LANNABI, Inria/IFP Energies nouvelles - Paris/Rueil-Malmaison

Martin VOHRALÍK, Inria - Paris

Soleiman YOUSEF, IFP Energies nouvelles - Rueil-Malmaison

Geological carbon storage (GCS) technology has become increasingly relevant due to global warming. Numerical simulations play a crucial role in understanding and implementing this technology, as well as in assessing long-term storage risks. To provide a common baseline for GCS numerical simulations, the Society of Petroleum Engineers launched the 11th Comparative Solution Project (SPE11) [6].

The problem considered is modeled by a highly nonlinear system of degenerate partial differential equations governing a multicomponent, multiphase porous media flow. The numerical simulation of such models is computationally expensive, particularly for long-time simulations. The central question in the numerical approximation is how large the simulation error is.

In this work, we focus on the Coats model [2] for the SPE11 benchmark, approximated using a finite volume scheme in space and a backward Euler scheme in time. The resulting nonlinear equations are solved using Newton's iterative algorithm, and the linear systems obtained after linearization are solved with an iterative algebraic solver. Another important question that arises at this stage is whether it is possible to improve the computational efficiency without compromising the accuracy of the results. To answer the two above questions, we first propose to bound the total relative error by extending the fully computable a posteriori error estimate developed in [3]. We then quantify the contribution of each individual error component, namely those arising from spatial, temporal, and linearization approximations. Next, based on these a posteriori error estimate components, we propose to improve the computational efficiency through adaptive stopping criterion for the Newton algorithm and adaptive control of the time-step size.

Finally, since the complex model involves nonsmooth, highly nonlinear, and possibly degenerate constitutive laws, Newton's algorithm may face convergence difficulties. To address this issue, we propose an adaptive regularization of these stiff nonlinearities, as proposed in [4] for Richards equation.

Numerical results are performed using the Geoxim platform, which is based on Arcane [5, 1].

- [1] CEA/IFPEN. *Arcane Framework organization*, Accessed 2025-12-19. GitHub repository.
- [2] K. H. Coats. *Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs*. In *SPE Symposium on Reservoir Simulation*, 1989. doi :10.2118/18427-MS. Paper SPE-18427-MS.
- [3] D. A. Di Pietro, E. Flauraud, M. Vohralík, S. Yousef. *A posteriori error estimates, stopping criteria, and adaptivity for multiphase compositional Darcy flows in porous media*. *J. Comput. Phys.*, **276**, 163–187, 2014. doi :10.1016/j.jcp.2014.06.061.
- [4] F. Févotte, A. Rappaport, M. Vohralík. *Adaptive regularization for the richards equation*. *Computational Geosciences*, **28(6)**, 1371–1388, 2024.
- [5] G. Grospellier, B. Lelandais. *The Arcane development framework*. In *Proceedings of the 8th Workshop on Parallel/High-Performance Object-Oriented Scientific Computing, POOSC '09*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2009. doi :10.1145/1595655.1595659.
- [6] J. M. Nordbotten, M. A. Ferno, B. Flemisch, A. R. Kovscek, K.-A. Lie. *The 11th Society of Petroleum Engineers Comparative Solution Project : Problem Definition*. *SPE Journal*, **29(05)**, 2507–2524, 2024. doi :10.2118/218015-PA.

Contact : ibtissem.lannabi@inria.fr

The spectral domain decomposition method GenEO as a robust preconditioner for single-phase flow in fractured porous media

Pierre JOLIVET, LIP6, CNRS UMR 7606, Sorbonne Université - Paris, France

Michel KERN, Inria - Paris, France

Géraldine PICHOT, Inria - Paris, France

Frédéric NATAF, LJLL, CNRS UMR 7598, Sorbonne Université - Paris, France

Raphaël ZANELLA, Inria - Paris, France

Daniel ZEGARRA VASQUEZ, Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Études Mécaniques et Thermiques - Gif-sur-Yvette, France

The Discrete Fracture Matrix (DFM) approach is a model for single-phase flow in fractured porous media in which fractures are explicitly represented as planar surfaces. The equations of the problem are the mass conservation and Darcy's law in the 3D rock matrix and in the 2D fracture network, coupled by a term modeling the exchange between the rock matrix and the fractures, and continuity equations at the intersection between the fractures. Discretizing this problem with the lowest order mixed-hybrid finite element method yields a sparse and symmetric positive definite linear system [4].

Most flow simulations in fractured porous media in the literature involve at most a few thousand fractures. When the number of fractures reaches tens of thousands, the linear systems become very large and are also highly ill-conditioned due to both the presence of poor quality elements in the mesh and, even more so, when there are strong conductivity contrasts between the rock matrix and the fractures. Direct solvers are then no longer suitable. Iterative solvers, preconditioned by algebraic multigrid methods and one-level domain decomposition (DD) methods such as Additive Schwarz (ASM) or Restricted Additive Schwarz (RAS), may take days to converge, or even stall under strong hydraulic conductivity contrasts [5].

Solving such linear systems efficiently, when they arise from models with a very large number of fractures, therefore requires a more sophisticated preconditioner. In this talk, we focus on the two-level DD method GenEO (Generalized Eigenvalue problem on the Overlap) [1], equipped with a spectral coarse space and combined at the fine level with either ASM or RAS. To apply GenEO to DFM flow problems, we propose a decomposition strategy tailored to the mixed-dimensional geometry of DFMs, which enables the construction of the Neumann matrices and mappings required by the method. The resulting GenEO-based preconditioner, with its HPDDM implementation in PETSc [3], consistently outperforms the methods mentioned above in both iteration count and wall-clock time [2]. In the largest case, involving 697k fractures, a maximum heterogeneity ratio close to 10^7 and 243M degrees of freedom, GMRES preconditioned with GenEO converges in 51 iterations in less than four minutes on 6825 MPI processes.

As part of the "France 2030" initiative, this work has benefited from a national grant managed by the French National Research Agency (Agence Nationale de la Recherche, ANR) attributed to the Exa-MA project of the NumPEX PEPR program, under the reference ANR-22-EXNU-0002. This work was granted access to the GENCI-sponsored HPC resources of TGCC@CEA under allocation AD010607519R2. This work was supported by the ANR through the project STEERS (Grant N° ANR-24-CE56-0127).

- [1] P. Jolivet, F. Hecht, F. Nataf, C. Prud'homme. *Scalable domain decomposition preconditioners for heterogeneous elliptic problems*. In *Proceedings of the International Conference on High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis, SC '13*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2013. doi :10.1145/2503210.2503212.
- [2] P. Jolivet, M. Kern, F. Nataf, G. Pichot, D. Zegarra Vasquez. *Domain decomposition preconditioners for efficient parallel simulations of single-phase flow in three-dimensional fractured porous media with a very large number of fractures*. Preprint hal-05029676, 2025.
- [3] P. Jolivet, J. E. Roman, S. Zampini. *KSPHPDDM and PCHPDDM : Extending PETSc with advanced Krylov methods and robust multilevel overlapping Schwarz preconditioners*. *Computers and Mathematics with Applications*, **84**, 277–295, 2021. doi :10.1016/j.camwa.2021.01.003.
- [4] M. Kern, G. Pichot, D. Zegarra Vasquez. *Mathematical and numerical analysis of the mixed formulation of single phase flow in three-dimensional fractured porous media*. Preprint hal-05029638, 2025.
- [5] M. Kern, G. Pichot, D. Zegarra Vasquez. *Performance of algebraic preconditioners for large-scale simulations of single-phase flow in three-dimensional fractured porous media*. Preprint hal-05029652, 2025.

Contact : daniel.zegarravasquez@cea.fr

Aspects mathématiques de la modélisation de problèmes issus du vivant

Hélène HIVERT, Inria, Géosciences Rennes, IRMAR - Rennes

Nous présenterons plusieurs approches de modélisation en sciences du vivant, en mettant l'accent sur la diversité des échelles qui peuvent être considérées. On peut par exemple décrire les processus à l'oeuvre à l'échelle d'un unique organisme, en allant du comportement d'une cellule isolée à l'organisation d'un groupe de cellules. On peut aussi vouloir décrire le comportement de groupes d'individus, que ce soit l'organisation de colonies de micro-organismes ou la répartition d'espèces invasives.

Pour modéliser ces phénomènes, il convient de les comprendre afin d'effectuer les choix les plus justes possibles pour les décrire mathématiquement. L'analyse des modèles permet de comprendre le comportement de leurs solutions, éventuellement de les valider, ou de discuter l'étape de modélisation. La conception et l'utilisation de méthodes numériques adaptées aux problèmes permet d'obtenir des simulations numériques fiables des solutions.

Les oratrices et orateur pressentis sont :

- Claire ALAMICHEL (Ecole Centrale de Nantes, LMJL)
- Tino LAIDIN (LMBA, Brest)
- Cécile TAING (LMA, Poitiers)
- Aleksandra TOMASZEK (LJLL, Paris)

Contact : helene.hivert@inria.fr

Modèles de dynamique évolutive de populations - modélisation, analyse et simulations numériques à l'aide d'un schéma AP

Claire **ALAMICHEL**, LMJL - Nantes
Hélène **HIVERT**, Géosciences Rennes, IRMAR - Rennes

Dans cet exposé, je m'intéresserai à la modélisation de dynamiques évolutives de populations de bactéries soumise à des gradients chimiques (antibiotiques, oxygène, etc.). Après avoir présenté le contexte biologique, je présenterai le modèle introduit par Bouin et Mirrahimi dans [1] qui est un modèle de population structuré en espace et en trait. Ce modèle offre une première modélisation pour la problématique biologique étudiée. Ensuite, je présenterai un travail en cours, en collaboration avec Hélène Hivert, sur la construction d'un schéma numérique *asymptotic preserving* pour le modèle de [1]. Je présenterai également une analyse de ce schéma numérique.

[1] E. Bouin, S. Mirrahimi. *A hamilton-jacobi limit for a model of population structured by space and trait*. Commun. Math. Sci., 2015.

Contact : claire.alamichel@ec-nantes.fr

Modélisation cinétique avec contrainte de congestion et application à la dynamique collective de *Myxococcus xanthus*

Vincent CALVEZ, LMBA - Brest Tino LAIDIN, LMBA - Brest
Min TANG, Shanghai Jiaotong University - Shanghai

Dans cet exposé, je présente un travail en collaboration avec V. Calvez et Min Tang [1], consacré à l'étude d'un modèle cinétique avec contraintes de congestion, et à son application à la dynamique collective de la bactérie *Myxococcus xanthus*. Nous introduisons un modèle du premier ordre couplant un transport à vitesse fixe avec une contrainte de congestion dure, modélisée par un multiplicateur de Lagrange interprété comme une pression et soumis à des conditions de complémentarité. Nous analysons quelques propriétés de ce modèle et proposons une méthode numérique robuste pour sa résolution.

Dans un second temps, nous étendons ce cadre à la modélisation du mouvement collectif de *Myxococcus xanthus*, dont la dynamique individuelle est caractérisée par des phases de motilité persistante entrecoupées de retournements quasi instantanés.

Nous nous intéressons en particulier au phénomène de rippling, marqué par l'émergence de trains d'ondes spatio-temporelles résultant de mouvements locaux de va-et-vient des bactéries. Contrairement à des approches précédentes reposant sur des signaux locaux, nous utilisons ici la pression de congestion comme signal non local déclenchant les retournements. Ce choix permet de mieux rendre compte des dynamiques observées dans des colonies bactériennes denses et de revisiter l'émergence de structures périodiques dans ce contexte.

[1] V. Calvez, T. Laidin, M. Tang. *Kinetic modeling of congestion constraints : application to bacterial collective dynamics*, 2026. Preprint, HAL : hal-05572594.

On the Fisher infinitesimal model without variability

Amic FROUVELLE, CEREMADE - Paris

Cécile TAING, LMA - Poitiers

We study the long-time behavior of solutions to a model of sexual populations structured in phenotypes. The model features a nonlinear integral reproduction operator derived from the Fisher infinitesimal operator and a linear trait-dependent selection term. The reproduction operator describes here the inheritance of the mean parental traits to the offspring without variability. First, we show that, under assumptions on the growth of the selection rate, Dirac masses are stable around phenotypes for which the difference between the selection rate and its minimum value is less than $1/2$. Then, we prove the convergence in some Fourier-based distance of the centered and rescaled solution to a stationary profile under some conditions on the initial moments of the solution. The use of the Fourier-distance for probability measures has been inspired from the work of Lorenzo Pareschi and Giuseppe Toscani in 2006 for kinetic models of Boltzmann-Maxwell type. This work has been done in collaboration with Amic Frouvelle (Université Paris Dauphine).

Contact : cecile.taing@univ-poitiers.fr

Model of adipocyte size dynamics under variable energy balance

Aleksandra TOMASZEK, LJLL - Paris

Adipocytes serve as an energy reservoir for the body thanks to their capacity to store and release lipids by adapting their size. Under energy surplus conditions, adipocytes store excess calories in the form of triglycerides through lipogenesis [3]. When existing cells reach storage capacity, new cells are recruited via pre-adipocyte differentiation [1]. During periods of energy deficit, adipocytes release the needed energy through lipolysis [3]. We propose a model incorporating transitions between two processes : lipogenesis and lipolysis, as well as cell recruitment, depending on energy balance.

We present a population dynamics model structured by the lipid content of the cell, formalized as an advection-diffusion partial differential equation, with non-local nonlinearities on the velocity term and on the boundary condition. The non-local term reflects the energy balance at a given moment. It determines whether cells increase or decrease their lipid content, and its value determines the rate of both processes. Further, it governs the recruitment of new cells.

We investigate model well-posedness in the general formulation and present its theoretical properties, as developed in [4]. We then numerically explore the model, predicting the evolution of the adipose tissue cell size in response to a given diet. We show that, with appropriate term selection, model predictions qualitatively agree with the measured data in rats [2].

- [1] A. Horwitz, R. Birk. *Adipose Tissue Hyperplasia and Hypertrophy in Common and Syndromic Obesity-The Case of BBS Obesity*. *Nutrients*, **15(15)**, 3445, 2023. doi :10.3390/nu15153445.
- [2] M. Jacquier, F. Crauste, C. Soulage, H. Soula. *A predictive model of the dynamics of body weight and food intake in rats submitted to caloric restrictions*. *PLOS ONE*, **9(6)**, e100073, 2014. doi : 10.1371/journal.pone.0100073.
- [3] Q. Li, K. L. Spalding. *The regulation of adipocyte growth in white adipose tissue*. *Frontiers in Cell and Developmental Biology*, **10**, 2022.
- [4] A. Tomaszek. *Wellposedness of a nonlinear advective-diffusive model governing the adipocyte size distribution*, 2026. Working paper or preprint.

Contact : aleksandra.tomaszek@sorbonne-univeriste.fr

Modélisation et analyse des plasmas multifluides : méthodes de moments en régime magnétisé et conditions aux limites

Zoubair TAZAKKATI, CMAP, Ecole Polytechnique - Palaiseau

Ce minisymposium se propose d'explorer certaines avancées récentes dans la modélisation des plasmas multifluides, avec un accent particulier sur les défis posés par les conditions aux limites et le traitement des champs magnétiques.

Les thématiques abordées s'articuleront autour de deux axes majeurs :

- **Réduction de modèles et hiérarchies de moments pour les plasmas magnétisés** : Afin de capturer les anisotropies du transport électronique tout en évitant le coût prohibitif des codes cinétiques complets, nous présenterons différentes stratégies de réduction adaptées à l'intensité du champ magnétique. Dans un premier temps, nous explorerons le développement de hiérarchies de moments intégrant directement les effets magnétiques, une approche pertinente pour des régimes de magnétisation modérée ou générale. Dans un second temps, nous aborderons le régime spécifique des forts champs magnétiques. Face à la raideur numérique induite par la haute fréquence de cyclotron, nous introduirons des approches de type gyrocinétique et de « gyromoments », spécifiquement conçues pour ce régime extrême en se fondant sur la moyennisation de la dynamique rapide et la réduction des termes magnétiques.
- **Analyse mathématique et interactions parois-plasmas** : L'étude de la stabilité et du caractère bien posé des systèmes cinétiques et fluides en présence de parois demeure l'un des défis majeurs en physique des plasmas. En premier lieu, nous prolongerons la réflexion sur la réduction de modèle en examinant l'intégration des effets magnétiques au voisinage des parois, là où les anisotropies de transport rencontrent les bords du domaine. En second lieu, nous analyserons un cas plus général de conditions aux limites de type Dirichlet non linéaires associées au potentiel flottant. Cette étude illustrera la complexité d'établir le caractère bien posé (well-posedness) de tels systèmes en physique des plasmas. À travers l'exemple du système de Vlasov-Poisson avec potentiel flottant à la paroi, nous détaillerons les outils mathématiques nécessaires pour garantir l'existence et la stabilité des solutions en présence de bords physiques.

Les orateurs pressentis sont :

- Alejandro Alvarez Laguna, LPP, Ecole Polytechnique
- Sacha Dupuy, LPP, Ecole Polytechnique
- Zoubair Tazakkati, CMAP, Ecole Polytechnique
- Bastien Grosse, LMJL - Nantes Université

Contact : zoubair.tazakkati@polytechnique.edu.fr

Moment models based on a Hilbert expansion for the kinetic equation of electrons in a weakly-ionized plasma

Alejandro ALVAREZ LAGUNA, Laboratoire de physique des plasmas - Palaiseau
Teddy PICHARD, Centre de Mathématiques Appliquées - Palaiseau

We investigate the kinetic equation of electrons in a weakly-ionized plasma. We consider conditions that are characteristic of industrial atomic plasmas, such as those used for material processing for nanoelectronics (both for deposition and etching thin films) or electric propulsion. The starting point is the generalized Boltzmann equation, including the electrostatic force, electron-electron, electron-ion, and electron-gas elastic collisions, electron-gas inelastic collisions, and electron-gas reactive collisions. We perform a dimensional analysis of this equation and analyse the order of magnitude of the resulting non-dimensional numbers under the considered conditions. We propose a perturbative solution of the kinetic equation, based on a Hilbert expansion, where we exploit the mass disparity of the electrons and the heavy-species (ions and atoms) to simplify the collision operators, as previously proposed by Graille et al. [1]. We analyse the resulting integro-differential equations at successive orders of approximation. We propose a moment model where the macroscopic variables are the scalar even velocity moments whereas the vectorial odd moments are computed as transport fluxes. Different moment closures will be studied, including regularized-Grad's models, quadrature moment models and entropy based closures. More information can be found in Ref. [2].

Références

- [1] Graille, B., Magin, T. E., & Massot, M. Kinetic theory of plasmas : Translational energy, *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 2009, 19(4), 527–599.
- [2] Alvarez Laguna, A.& Pichard, T. Kinetic theory and moment models of electrons in a reactive weakly-ionized non-equilibrium plasma *Kinetic and Related Models*, 2025, 18(6) : 824-871.

Contact : alvarez@lpp.polytechnique.fr

Numerical Stability of Hermite moments system coupled to the Poisson equation.

Sacha DUPUY, Laboratoire de Physique des plasmas - Palaiseau
Alejandro ALVAREZ LAGUNA, Laboratoire de Physique des plasmas - Palaiseau
Teddy PICHART, Centre de Mathématiques appliquées - Palaiseau

We are interested in the stability analysis of several numerical schemes for a linear transport system derived from the Hermitian moments of the Vlasov equation coupled to Poisson equation. This arises naturally in kinetic models for charges species in plasma dynamics. In such models, the accurate treatment of wave-particle interactions and collective effects is crucial, as numerical instabilities may lead to non-physical growth (or decay) of electric energy or spurious oscillations.

More precisely, we investigate how the coupling with the electric field through the Poisson equation should be taken into account at the discrete level. This coupling presents a major source of stiffness and strongly constrains the choice of discretization. While explicit treatment are attractive from a computational cost perspective, they may result in great stability restrictions on the time step or even unconditional instability.

In this context, Fabre [1] proved in the case of the isothermal Euler-Poisson system that the electric field requires an implicit integration to get a stable numerical scheme. Our goal is to extend this study to the Hermitian moments framework, and to adapt the balance between numerical stability, physical fidelity, and computational cost when using schemes for plasma simulations.

- [1] S. Fabre. *Stability analysis of the euler-poisson equations*. Journal of Computational Physics, **101(2)**, 445–451, 1992. doi :[https://doi.org/10.1016/0021-9991\(92\)90020-Y](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90020-Y).

Contact : sacha.dupuy@lpp.polytechnique.fr

A model of plasma-wall interaction : the dynamical plasma sheath

Mehdi BADSI, LMJL - Nantes

Bastien GROSSE, LMJL - Nantes

In this talk, we study a dynamical model of plasma sheath. When an isolated metallic material is immersed in a plasma, quasineutrality is broken inside a thin layer around it. The length scale of this layer is the well-known Debye length. The electric potential of the material drops to balance the fluxes of incoming ions and electrons. As electrons are more mobile than ions, this mechanism tends to repel electrons (only the most energetic electrons reach the surface) and accelerate the ions toward the interface [3]. Considering this phenomenon is important when designing probes to perform measures on a plasma. In [1], plasma sheaths have been described by a Vlasov-Poisson system with thermalized electrons, and their linear stability around steady states was investigated. We offer to study a slightly more complex model, which takes into account the potential of the material. The latter admits an expression in term of the electric current crossing the plasma and is called the floating potential. The first result concerning existence and uniqueness of solutions have been established in a recent work by the authors [2].

The model is the following : a bi-species plasma fills the domain $[0, 1]$. Particles are injected from the plasma core at $x = 0$ toward the metallic wall at $x = 1$. The problem is described by the Vlasov-Poisson system. In a first part, we will explicit the potential at the wall by expressing the compatibility of the Poisson and Ampère equations. This will give us the so-called floating potential condition. In a second part, we will show briefly arguments of existence of solutions. In a third part, we will show simulations. The simulations motivate the study of steady states (stationary plasma sheaths) and the search of an entropy functional in a last part.

- [1] M. Badsì. *Linear and nonlinear stability for the kinetic plasma sheath on a bounded interval*. SIAM Journal on Mathematical Analysis., 2025.
- [2] M. Badsì, B. Grosse. *The plasma-wall dynamic : wellposedness*, 2025. Working paper or preprint.
- [3] P. Stangeby. *The Plasma Boundary of Magnetic Fusion Devices*. Institute of Physics Publishing, 2000.

Contact : bastien.grosse@univ-nantes.fr

Plasmas électrons–ions en champs électromagnétiques intenses : approche gyrocinétique et modèle à gyromoments

Zoubair TAZAKKATI, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Teddy PICHARD, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Josselin MASSOT, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Marc MASSOT, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Nous étudions un plasma électrons–ions régi par les équations de Boltzmann–Poisson dans un régime dominé par des champs électriques et magnétiques intenses. Bien que la configuration étudiée demeure générique, elle est fortement inspirée des conditions physiques rencontrées dans les propulseurs à effet Hall.

Une analyse d'échelle révèle que les électrons présentent une dynamique complexe : pour les électrons, ils combinent une dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ avec une gyration cyclotronique rapide autour des lignes de champ magnétique, ce qui conduit à leur piégeage le long de ces lignes. À l'inverse, les ions restent faiblement magnétisés mais sont fortement accélérés par le champ électrique. Ce comportement multi-échelle introduit une raideur numérique significative dans les équations aux dérivées partielles décrivant le système, notamment (mais non exclusivement) en raison du mouvement de gyration électronique très rapide. Pour remédier à cette difficulté, nous proposons une stratégie globale de modélisation et de simulation numérique des électrons, fondée sur un passage à un modèle fluide.

Premièrement, au niveau cinétique, un développement de Hilbert permet de décomposer la fonction de distribution en un équilibre « gyromoyenné » à l'ordre principal (représentant la dynamique moyennée des trajectoires, une fois les oscillations cyclotroniques rapides filtrées) et en corrections oscillatoires d'ordres supérieurs. Cette structure est ensuite exploitée pour dériver un modèle fluide aux moments utilisant une base polynomiale adaptée, distinguant les contributions gyromoyennées et les contributions oscillatoires. Le modèle de « gyromoments » qui en résulte capture les caractéristiques anisotropes du régime fortement magnétisé, tout en filtrant les échelles de temps les plus rapides responsables de la raideur numérique.

Les ions sont également décrits à l'aide d'un modèle fluide, menant à une description électrons–ions entièrement fluide. Contrairement aux électrons, le modèle fluide ionique suit une formulation standard de type Euler, leur faible magnétisation ne nécessitant pas de "gyroréduction".

Enfin, nous présentons des expériences numériques illustrant la dynamique multi-échelle du plasma et la pertinence du modèle réduit proposé dans des régimes où les simulations cinétiques directes présentent un coût de calcul prohibitif.

Références

- [1] Z. Tazakkati, A.A Laguna, J. Massot, M. Massot, T. Pichard, *A gyromoment approach for electron dynamics in low-temperature $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ plasmas of Hall thrusters*. *submitted*, 2025.
- [2] Z. Tazakkati, T. Pichard, J. Massot, M. Massot, *Toward Efficient Simulations of Highly Magnetized Plasma*. *submitted*, 2025.

Contact : z.tazakkati@polytechnique.edu

Méthodes parallèles pour la résolution et la simulation d'équations différentielles

Lucas PERRIN, Chair for Numerical Optimization, Universität Konstanz - Allemagne
Liu-Di LU, Matematikcentrum, Lund University - Suède

Dans ce minisymposium, nous proposons d'explorer les avancées récentes en calcul scientifique parallèle pour la résolution numérique de problèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles. Avec l'essor des architectures massivement parallèles, le développement d'algorithmes adaptés à ces nouvelles ressources est devenu un enjeu majeur du calcul scientifique. Dans de nombreuses applications, telles que les problèmes multiphysiques, la propagation d'ondes à haute fréquence ou les simulations sur des horizons temporels longs, les modèles numériques conduisent à des systèmes de très grande taille, nécessitant des discrétisations fines en espace et/ou en temps. Dans ce contexte, les méthodes de décomposition de domaine et les stratégies de parallélisme en temps jouent un rôle central, en permettant de répartir efficacement la charge de calcul et d'améliorer la scalabilité des simulations. Ce minisymposium se concentrera sur les développements récents de ces approches, tant du point de vue théorique que numérique, ainsi que sur leurs interactions avec d'autres paradigmes émergents, tels que les méthodes d'apprentissage.

Une attention particulière sera portée aux contributions de jeunes chercheurs (doctorants et postdoctorants), reflétant le dynamisme actuel du domaine et favorisant l'émergence de nouvelles perspectives de recherche.

Les orateurs pressentis sont :

- **Antoine Simon**, *École Polytechnique*, présentera des travaux sur les liens entre le couplage de codes numériques et les méthodes de décomposition de domaine, et leur utilisation pour la conception de schémas efficaces.
- **Valentin Kraemer**, *CEA Saclay*, abordera le couplage de méthodes de décomposition de domaine de type OSWR avec des algorithmes de projection de pression.
- **Arthur Arnoult**, *Université Sorbonne Paris Nord*, présentera une approche combinant méthodes OSWR et algorithme Pararéel pour le problème d'Oseen.
- **Teilo Wahl**, *Université de Genève*, discutera de l'utilisation de techniques de décomposition de domaine dans le contexte des réseaux de neurones.
- **Ari Rappaport**, *ENSTA*, présentera des travaux récents sur les méthodes hybrides discontinues de type CHDG appliquées aux équations de Maxwell.

Un intervenant supplémentaire est en cours de confirmation.

Ce minisymposium vise également à offrir un espace d'échange privilégié pour de jeunes chercheurs, en leur donnant l'opportunité de présenter leurs travaux dans un cadre bienveillant et stimulant, et de favoriser les interactions au sein d'une communauté en pleine évolution.

Contact : lucas.perrin@uni-konstanz.de

Algorithme pararéel pour des équations différentielles stochastiques

Arthur ARNOULT, LJLL - Paris

Frédéric LEGOLL, CERMICS - Champs-sur-Marne

Tony LELIÈVRE, CERMICS - Champs-sur-Marne **Yvon MADAY**, LJLL - Paris

Pararéel est un algorithme itératif de résolution numérique d'EDO en parallèle sur des sous-fenêtres. Il combine un solveur fin (couteux, mais utilisé uniquement en parallèle sur chaque sous-fenêtre) et un solveur grossier (peu couteux, et utilisé en séquentiel sur toutes les sous-fenêtres). Nous souhaitons ici l'utiliser pour la résolution d'équations différentielles stochastiques.

Pour la simulation de tels problèmes, une méthode de Monte Carlo permet de calculer l'espérance d'une grandeur physique associée à la trajectoire. Un premier choix possible est de simplement remplacer la trajectoire classique par une trajectoire pararéel, ce qui nous donne, après un certain nombre d'itérations de pararéel, une bonne estimation de la grandeur étudiée. Néanmoins, la méthode d'*importance sampling* indique qu'il existe des poids associés à chaque trajectoire qui permettent de corriger l'erreur entre une trajectoire fine et une trajectoire modifiée, et que l'on peut calculer explicitement dans le cas où la trajectoire modifiée est celle issue de pararéel. Il est ainsi possible de déterminer exactement l'espérance pour des trajectoires fine à partir des trajectoires pararéel, sans commettre d'erreur liée à l'algorithme.

Contact : arthur.arnoult@sorbonne-universite.fr

Couplage de la décomposition de domaine (OSWR) avec un algorithme de projection de pression

Caroline JAPHET, Univ. Sorbonne Paris Nord, LAGA - Villetaneuse

Valentin KRAEMER, Univ. Sorbonne Paris Nord, LAGA / CEA Saclay, SGLS - Gif sur Yvette

Pascal OMNES, Univ. Sorbonne Paris Nord, LAGA / CEA Saclay, SGLS - Gif sur Yvette

Elie SAIKALI, Univ. Paris-Saclay, CEA Saclay, SGLS - Gif sur Yvette

La résolution monolithique de la vitesse et de la pression pour les écoulements incompressibles (Stokes, Navier-Stokes) devient difficile lorsque le nombre d'inconnus augmente considérablement. C'est la raison pour laquelle, les codes massivement parallèles comme Trust-TrioCFD adoptent une méthode de découplage du système vitesse pression dans la lignée des méthodes de Chorin-Témam [3, 5].

Ces méthodes dites de "projection de pression" consistent à résoudre successivement deux EDP :

- un problème parabolique sur une vitesse intermédiaire ne vérifiant pas la contrainte de divergence nulle, tout en explicitant la pression,
- un problème elliptique en pression afin de fixer la contrainte de divergence nulle sur la vitesse au temps suivant.

Des conditions homogènes pour ces deux problèmes assurent une décomposition de Hodge et facilitent grandement la preuve de convergence de ces méthodes [4].

Dans un même temps, un algorithme de décomposition de domaine sans recouvrement à l'aide d'un algorithme de relaxation d'onde de Schwarz optimisé (OSWR) est proposé, dans la continuité des travaux de [2, 1] pour le problème monolithique. Cela permet ainsi de résoudre en parallèle des problèmes locaux espace-temps sur des sous-domaines formant une partition du domaine global. Cependant, les données transmises à l'interface entre les différents domaines étant de nature inhomogène, un choix astucieux de conditions de transmission est proposé afin de coupler OSWR avec l'algorithme de projection.

Dans cet exposé, nous présentons l'analyse de l'algorithme couplé OSWR/Projection de pression pour les équations de Stokes. Nous présentons l'algorithme et proposons deux jeux de conditions de transmissions. Nous donnons un résultat de convergence (continu et discret) pour l'un d'entre eux et discutons de l'importance des paramètres optimisés afin de minimiser le nombre d'itérations de la décomposition de domaine. Enfin, nous illustrons les comportements numériques liés aux données de transmissions proposées, pour un problème à deux domaines.

- [1] A. Arnault. *Méthode de décomposition de domaine espace-temps et parallèle en temps pour les écoulements incompressibles et nouvelle analyse de la méthode de relaxation d'onde de Schwarz optimisée*. Theses, Université Paris-Nord - Paris XIII, 2025.
- [2] D. Q. Bui, C. Japhet, P. Omnes. *Optimized Schwarz waveform relaxation method for the incompressible Stokes problem*. ESAIM : M2AN, **58(4)**, 1229–1261, 2024. doi :10.1051/m2an/2024020.
- [3] A. J. Chorin. *Numerical solution of the Navier-Stokes equations*. Mathematics of Computation, **22(104)**, 745–762, 1968. doi :10.1090/S0025-5718-1968-0242392-2.
- [4] J. L. Guermond, P. Mineev, J. Shen. *An overview of projection methods for incompressible flows*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **195(44)**, 6011–6045, 2006. doi : 10.1016/j.cma.2005.10.010.
- [5] R. Témam. *Sur l'approximation de la solution des équations de Navier-Stokes par la méthode des pas fractionnaires (II)*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, **33(5)**, 377–385, 1969. doi :10.1007/BF00247696.

Contact : valentin.kraemer@cea.fr

Analyse d'un préconditionneur de décomposition de domaine à deux niveaux pour les équations de Maxwell harmoniques en milieux anisotropes

Marcella **BONAZZOLI**, Inria, ENSTA - Palaiseau
Patrick **CIARLET**, POEMS, ENSTA - Palaiseau
Axel **MODAVE**, POEMS, ENSTA - Palaiseau
Ari RAPPAPORT, POEMS, ENSTA - Palaiseau

Nous considérons les équations de Maxwell harmoniques en milieux anisotropes (par exemple dans des matériaux composites ou stratifiés), discrétisées par éléments finis de Nédélec, ce qui conduit à de grands systèmes linéaires non hermitiens. Nous étudions la résolution de ces systèmes par GMRES préconditionné par une méthode de Schwarz additive à deux niveaux, et analysons la convergence à l'aide de bornes sur la norme et l'image numérique de l'opérateur préconditionné.

Notre analyse étend les résultats de Bonazzoli et al. [2], établis pour des coefficients scalaires, au cas de paramètres matériels tensoriels. Le cadre anisotrope requiert la modification de plusieurs aspects de l'analyse : adaptation des décompositions de Helmholtz discrètes à des produits scalaires pondérés, établissement de résultats de régularité dans des espaces anisotropes, et prise en compte de la perte de certaines propriétés d'orthogonalité. En particulier, le contrôle de l'image numérique nécessite des arguments supplémentaires ainsi qu'une hypothèse de régime plus restrictive.

Sous des hypothèses de résolution appropriées, nous obtenons des estimations de convergence pour GMRES dont les constantes dépendent explicitement de la fréquence, des paramètres de décomposition de domaine, ainsi que des contrastes d'anisotropie et d'hétérogénéité. Ces résultats fournissent un cadre d'analyse quantitatif mettant en évidence l'influence de l'anisotropie sur les performances des méthodes de Schwarz à deux niveaux.

- [1] M. Bonazzoli, P. Ciarlet, A. Modave, A. E. Rappaport. *Analysis of a two-level domain decomposition preconditioner for the time-harmonic Maxwell equations in anisotropic media*, 2026. HAL preprint 05572507.
- [2] M. Bonazzoli, V. Dolean, I. G. Graham, E. A. Spence, P.-H. Tournier. *Domain decomposition preconditioning for the high-frequency time-harmonic Maxwell equations with absorption*. *Math. Comp.*, **88(320)**, 2559–2604, 2019.

Contact : ari.rappaport@ensta.fr

High-order adaptive multistep coupling scheme for multiphysics applications

Antoine SIMON, CMAP - École Polytechnique - Palaiseau
Laurent FRANÇOIS, ONERA - Palaiseau

Marc MASSOT, CMAP - École Polytechnique - Palaiseau

Mini symposium Méthodes parallèles pour la résolution et la simulation d'équations différentielles

In the context of multiphysics simulations, partitioned methods enable the reuse of existing solvers while preserving modularity. However, achieving high-order accuracy in time and providing adaptive time step-ping remains a challenge, especially when dealing with strong coupling conditions. We address these issues by developing and analyzing a high-order multistep coupling scheme tailored for multiphysics applications [2, 3, 1]. Contrary to classical staggered coupling schemes, where the coupling terms are held constant between two successive coupling time points, this new technique uses high-order polynomials in time to predict the evolution of the coupling conditions during a coupling time step. An explicit and an implicit variant arise naturally, and error estimates can be built to dynamically drive the coupling timestep.

We first present the numerical analysis of convergence and stability of the multistep coupling scheme. The objective of this contribution is to present how convergence acceleration algorithms can further improve the efficiency of the implicit multistep coupling approach. Fixed-point acceleration techniques will be discussed, with particular attention to how the structure of the multistep coupling influences their effectiveness. Several benchmarks will be provided, with emphasis on an unsteady conjugate fluid-solid heat transfer configuration, with metrics on iteration counts, achievable time step, and overall efficiency.

- [1] B. Dias, L. François, M. Massot, A. E. Simon. *High-order adaptive flow-material coupled simulation of uranus orbiter and probe entry*. In *AIAA SCITECH 2026 Forum*, p. 2937, 2026.
- [2] L. Francois, M. Massot. *Multistep interface coupling for high-order adaptive black-box multiphysics simulations*. In *10th edition of the International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering*. CIMNE, 2023.
- [3] A. E. Simon, L. François, M. Massot. *High-order multistep coupling : convergence, stability and pde application*. *Comptes Rendus. Mécanique*, **353(G1)**, 1159–1184, 2025.

Contact : antoine.simon@polytechnique.edu

Une approche de décomposition de domaine pour l'entraînement de réseaux de neurones

Teilo WAHL, Université de Genève - Genève

Les réseaux de neurones sont des modèles de machine learning qui ont attiré une attention considérable ces dernières années, notamment grâce à leurs performances dans de nombreuses applications couvrant un large éventail de domaines. Ces applications représentant des tâches de plus en plus complexes, les modèles ont dû être adaptés en conséquence afin de répondre à ces besoins, les rendant nettement plus coûteux à entraîner. Dans cette présentation, nous verrons d'abord comment reformuler le processus d'entraînement d'un réseau de neurones comme un système forward-backward d'EDO puis nous considérerons une méthode de décomposition de domaine afin d'introduire de nouvelles opportunités de parallélisation.

Contact : teilo.wahl@unige.ch

Perspectives et avancées récentes en apprentissage pour la résolution numérique d'équations aux dérivées partielles

Rémy HOSSEINKHAN, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

La simulation de phénomènes physiques multi-échelles repose sur la résolution souvent coûteuse d'équations aux dérivées partielles (EDP). En particulier face aux défis inhérents à la grande dimension, l'apprentissage automatique émerge comme un levier majeur pour réduire les coûts computationnels tout en garantissant la fidélité physique des modèles.

Ce minisymposium explore certaines avancées récentes dans le domaine. Le programme inclut le couplage des éléments finis continus avec des réseaux informés par la physique (en anglais : PINN) ainsi que l'apport des méthodes convolutives pour inverser les filtres numériques en simulation des grandes structures de la turbulence (en anglais : LES). Il aborde la modélisation cinétique des gaz via l'apprentissage de fermetures macroscopiques [1] préservant l'hyperbolicité, mais aussi la résolution de problèmes inverses de diffraction par une approche hybride : des opérateurs neuronaux prédisent une première approximation de l'obstacle, utilisée ensuite comme paramètre de régularisation efficace au sein de méthodes d'échantillonnage. L'optimisation des PINN par gradient naturel [2] est étudiée sous deux angles : une analyse théorique par les méthodes à noyaux, et des extensions algorithmiques pour les séries d'EDP paramétrées avec un contrôle de précision par troncature spectrale.

Portée par une dynamique scientifique très active, cette session donne exclusivement la parole à de jeunes chercheurs (doctorants et post-doctorants). À l'occasion de cette édition 2026 du CANUM, l'objectif est de réunir la communauté autour de ces approches et de susciter une réflexion commune quant à la fiabilité et l'avenir des méthodes d'apprentissage dans le paysage de l'analyse numérique.

Les oratrices et orateurs presentis sont :

- Frédérique Lecourtier, Inria, Université de Strasbourg, CNRS, ICube : Enrichissement des espaces d'approximation éléments finis de Lagrange continus par des réseaux de neurones.
- Yanis Zatout, LISN, Université Paris-Saclay / PROMES-CNRS : Reconstruction thermique des grandes échelles par apprentissage profond.
- Remy Hosseinkhan, CMAP, École Polytechnique : Apprentissage de relations de fermeture pour un système à 5 moments en théorie cinétique.
- Nilo Schwencke, Inria Ockham, ENS Lyon : Analyse du processus d'apprentissage des PINN par méthodes à noyaux.
- Alena Shilova, Inria-Saclay, LISN, Université Paris-Saclay : Méthodes de gradient naturel pour l'optimisation des PINN et contrôle de précision d'approximation par troncature spectrale adaptative.
- Victor Chenu, Inria, ENSTA Paris, UMA, Institut Polytechnique de Paris : Une approche par opérateur neuronal pour les problèmes inverses de diffraction.

- [1] R. P. Schaerer, M. Torrilhon. *On singular closures for the 5-moment system in kinetic gas theory*. Communications in Computational Physics, **17(2)**, 371–400, 2015.
- [2] N. Schwencke, C. Furtlehner. *ANaGRAM : A natural gradient relative to adapted model for efficient PINNs learning*. In *The Thirteenth International Conference on Learning Representations*, 2025. ICLR 2025.

Contact : remy.hosseinkhan@polytechnique.edu

Enriching continuous Lagrange finite element approximation spaces using neural networks

Hélène BARUCQ, Inria, Université de Pau et Pays de l'Adour, TotalEnergies, CNRS - Pau

Michel DUPREZ, Inria, Université de Strasbourg, CNRS, ICube - Strasbourg

Florian FAUCHER, Inria, Université de Pau et Pays de l'Adour, TotalEnergies, CNRS - Pau

Emmanuel FRANCK, Inria, Université de Strasbourg, CNRS, IRMA - Strasbourg

Frédérique LECOURTIER, Inria, Université de Strasbourg, CNRS, ICube - Strasbourg

Vanessa LLERAS, Inria, IMAG, Université de Montpellier, CNRS - Montpellier

Victor MICHEL-DANSAC, Inria, Université de Strasbourg, CNRS, IRMA - Strasbourg

Nicolas VICTORION, Inria, Université de Pau et Pays de l'Adour, TotalEnergies, CNRS - Pau

We present a preliminary study [1] combining two approaches in the context of PDE solving : the classical finite element method (FEM) [2] and more recent techniques based on neural networks. Indeed, in recent years, Physics-Informed Neural Networks (PINNs) [3] have become particularly interesting for quickly solving such problems, especially in large dimensions. However, their lack of precision is a major drawback in this context, hence the interest in combining them with FEM, for which error estimators are already known. This combination will make it possible to correct and certify the prediction of neural networks in order to obtain a fast and accurate solution. The complete pipeline proposed here then consists of modifying the classical approximation spaces in FEM by taking the information of a prior, chosen here as the prediction of a PINN. Current results show that pre-processing the problem using neural networks can achieve fixed error targets with coarser meshes than in standard finite element methods, thus saving time in computing the solution. Error estimates have been proven showing that enriched spaces outperform classical ones by a factor that depends only on the quality of the prior.

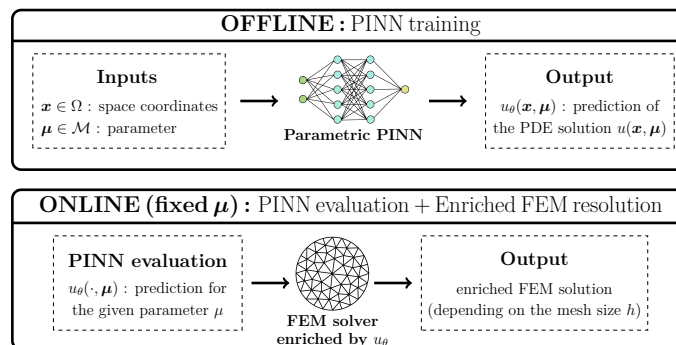


FIGURE 1 – Complete pipeline : offline (top) and online (bottom) processes.

- [1] H. Barucq, M. Duprez, F. Faucher, E. Franck, F. Lecourtier, V. Lleras, V. Michel-Dansac, N. Victorion. *Enriching continuous lagrange finite element approximation spaces using neural networks*, 2026.
- [2] A. Ern, J.-L. Guermond. *Theory and Practice of Finite Elements*. Springer New York, 2004. doi :10.1007/978-1-4757-4355-5.
- [3] M. Raissi, P. Perdikaris, G. E. Karniadakis. *Physics-informed neural networks : A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations*. J. Comput. Phys., 2019. doi :10.1016/j.jcp.2018.10.045.

Contact : frederique.lecourtier@gmail.com

Modélisation stochastique et simulation de la turbulence

Clément MORHAIN, CMAP - Gif-sur-Yvette Marc MASSOT, CMAP - Palaiseau
Rémi ZAMANSKY, IMFT - Toulouse

Pour des écoulements turbulents, la résolution numérique directe des équations de Navier-Stokes fournit des données précieuses pour comprendre les mécanismes physiques à l'œuvre, mais reste limitée à des nombres de Reynolds modérés. La simulation d'ordre réduit de ces écoulements à l'aide de modèles stochastiques vise à reproduire les statistiques connues des écoulements turbulents, tout en promettant une réduction significative des coûts de calcul. Nous mettrons ici en perspectives les deux types d'approches sur lesquelles nous travaillons : structurelles, pour reconstruire des champs de vitesse grâce à la transformée de Fourier ou la décomposition en ondelettes ; ou purement stochastiques pour suivre l'évolution certaines variables le long des trajectoires de particules fluides.

Orateurs pressentis et sujets abordés :

- **Matthieu Chatelain** (*ENS Lyon*) présentera un modèle structurel basé sur la décomposition de Fourier [2], avec une évolution temporelle stochastique de ses coefficients. Le champ de vitesse gaussien fractionnaire à divergence nulle généré permet de reproduire les propriétés connues de la turbulence homogène et isotrope (THI) jusqu'aux statistiques d'ordre deux, à un nombre de Reynolds et une régularité temporelle donnés. Les prédictions exactes et numériques du modèle sont comparées à des simulations numériques directes des équations de Navier-Stokes.
- **Clément Morhain** (*CentraleSupélec & IPP*) présentera un modèle intermittent fondé sur une décomposition en ondelettes à divergence nulle. Alors que [3] reposait sur des coefficients d'ondelettes gaussiens, il s'agit ici de leur associer une loi non gaussienne grâce à un processus de cascade multiplicative. Cela permet d'obtenir un champ de vitesse multifractal dont les statistiques d'ordre élevé sont cohérentes avec celles de la THI intermittente.
- **Paul Maurer** (*ENPC*) fera le lien entre les mesures multifractales aléatoires permettant de modéliser le phénomène d'intermittence, et leur approximation par une somme de processus d'Ornstein-Uhlenbeck, bien moins coûteuse à simuler. Il analysera la sensibilité au noyau des processus de Volterra sous-jacents, et montrera que l'approximation faible de ces mesures intermittentes converge avec un taux exponentiel [1].
- **Ezequiel Castro Torre** (*IMFT*) travaille sur la modélisation stochastique de la turbulence. Dans la continuité de [4], il présentera ici un nouveau modèle lagrangien prédisant l'évolution de la vitesse, de l'accélération et du tenseur des gradients de vitesse le long des trajectoires de particules fluides. L'évolution conjointe de ces variables constitue une avancée significative pour la modélisation stochastique de la turbulence, dont le couplage repose sur des statistiques conditionnelles calculées directement à partir de simulations numériques finement résolues.

- [1] M. Bossy, K. Martinez, P. Maurer. *Weak rough kernel comparison via PPDEs for integrated Volterra processes*, 2025. doi :10.48550/arXiv.2501.07509.
- [2] M. Chatelain, J. Domingues Lemos, W. Ruffenach, M. Bourgoïn, C.-E. Bréhier, L. Chevillard, I. Sibgatullin, R. Volk. *A spatio-temporal random synthetic turbulent velocity field : The underlying gaussian structure*. *Journal of Fluid Mechanics*, **1030**, A23, 2026. doi :10.1017/jfm.2026.11261.
- [3] C. Morhain, R. Letournel, M. Massot, A. Vié. *Hybrid stochastic-structural reduced-order modelling of particle-laden turbulent flows based on wavelet reconstruction*. Under review, 2025.
- [4] R. Zamansky. *Acceleration scaling and stochastic dynamics of a fluid particle in turbulence*. *Physical Review Fluids*, **7**(8), 2022. doi :10.1103/PhysRevFluids.7.084608.

Contact : clement.morhain@polytechnique.edu

Stochastic modelling for coupled acceleration and velocity gradient in isotropic turbulence

Ramiro Ezequiel CASTRO TORRE, IMFT - Toulouse

In an industrial setting, the evolution of a dispersed phase in turbulent flows is a major issue for the design of efficient combustion chambers and chemical reactors, as well as for predicting pollutant dispersion in the atmosphere. Its accurate description depends strongly on the smallest scales, which are computationally very expensive to resolve and are therefore often neglected. The influence of these scales can be incorporated by complementing Eulerian simulations with a Lagrangian model for the subgrid dynamics. In this context, stochastic models have been developed to describe the Lagrangian evolution of the fluid velocity ([1]), acceleration ([2]), and velocity gradient ([3]). Despite substantial progress in modelling each of these variables separately, no model currently exists that captures their joint evolution. This is a significant gap, as the coupling between velocity, velocity gradients, and acceleration is crucial for accurately describing the dynamics of inertial particles in turbulence, which preferentially sample regions of high strain and low vorticity.

Within this framework, we propose the following stochastic differential equation model :

$$\begin{aligned} dG_{ij} &= f_{ij}(\mathbb{G}, \mathbf{a}, \mathbf{u}) dt + g_{ijkl}(\mathbb{G}, \mathbf{a}, \mathbf{u}) dW_{kl}(t), \\ da_i &= h_i(\mathbb{G}, \mathbf{a}, \mathbf{u}) dt + k_{ij}(\mathbb{G}, \mathbf{a}, \mathbf{u}) dW_j(t), \\ du_i &= a_i dt, \end{aligned}$$

with \mathbb{G} the velocity gradient tensor, \mathbf{a} the acceleration, \mathbf{u} the velocity, and dW_j and dW_{kl} Wiener increments. The originality of the present work lies in the construction of the functions f_{ij} , g_{ijkl} , h_i and k_{ij} , which enforce the correct coupling between velocity, velocity gradients, and acceleration. They are calibrated from conditional averages extracted from DNS of homogeneous isotropic turbulence up to $Re_\lambda = 200$. The resulting multiplicative model reproduces the non-Gaussian statistics of acceleration and velocity gradients, and also yields the correct alignment between acceleration and the eigenframe of the velocity gradient tensor, which is important for modeling preferential sampling of inertial particles in turbulence.

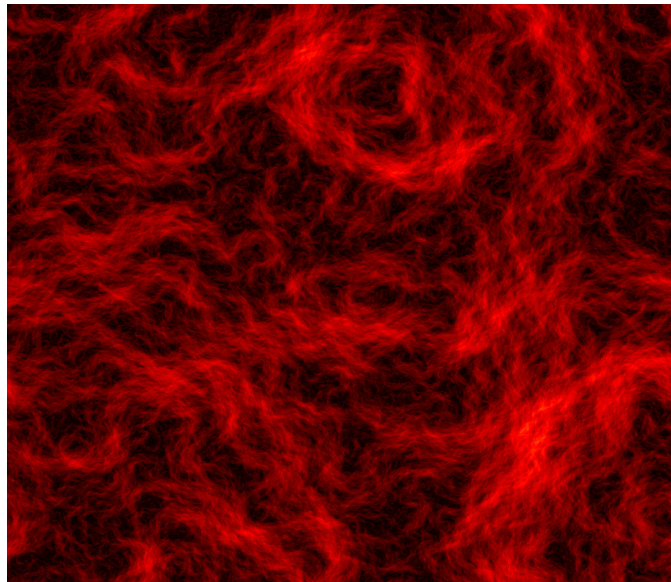
- [1] P. Fede, O. Simonin. *Numerical study of the subgrid fluid turbulence effects on the statistics of heavy colliding particles*. Physics of Fluids, **18(4)**, 045103, 2006. doi :10.1063/1.2189288.
- [2] M. Gorokhovski, R. Zamansky. *Modeling the effects of small turbulent scales on the drag force for particles below and above the Kolmogorov scale*. Physical Review Fluids, **3(3)**, 034602, 2018. doi :10.1103/PhysRevFluids.3.034602.
- [3] R. M. Pereira, L. Moriconi, L. Chevillard. *A multifractal model for the velocity gradient dynamics in turbulent flows*. Journal of Fluid Mechanics, **839**, 430–467, 2018. doi :10.1017/jfm.2018.12.

Contact : ramiroezequiel.castrotorre@inp-toulouse.fr

A spatio-temporal random synthetic turbulent velocity field: The underlying Gaussian structure and its Lagrangian properties

Matthieu CHATELAIN, LPENSL - Lyon **Julia DOMINGUES LEMOS**, LPENSL - Lyon
Wandrille RUFFENACH, LPENSL - Lyon **Mickaël BOURGOIN**, LPENSL - Lyon
Charles-Edouard BRÉHIER, LMAP - Pau **Laurent CHEVILLARD**, LPENSL - Lyon
Ilias SIBGATULLIN, LPENSL - Lyon **Romain VOLK**, LPENSL - Lyon

We develop in ¹, simulate and extend an initial proposition by Chaves et al. ² concerning a random incompressible vector field able to reproduce key ingredients of three-dimensional turbulence in both space and time. In this work we focus on the important underlying Gaussian framework. Presently, the statistical spatial structure of this velocity field is consistent with a divergence-free fractional Gaussian vector field that encodes all known properties of homogeneous and isotropic fluid turbulence at a given finite Reynolds number, up to second-order statistics. The temporal structure of the velocity field is introduced through a stochastic evolution of the respective Fourier modes. In the simplest picture, Fourier modes evolve according to an Ornstein–Uhlenbeck process, where the characteristic time scale depends on the wave-vector amplitude. For consistency with direct numerical simulations (DNS) of the Navier–Stokes equations, this time scale is inversely proportional to the wave-vector amplitude. As a consequence, the characteristic velocity that governs the eddies is independent of their size and is related to the velocity standard deviation, which is consistent with some features of the so-called sweeping effect. To ensure differentiability in time while respecting the Markovian nature of the evolution, we use the methodology developed by Viggiano et al. ³ to propose a fully consistent stochastic picture. Both exact predictions and numerical estimations of the model are compared with DNS provided by the Johns Hopkins database ⁴. Finally, we numerically integrate the flow equation $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{u}(t, \mathbf{x}(t))$ to obtain the trajectories of tracers advected by the Eulerian fields and analyse their statistical behaviour ⁵. Specifically, we examine a set of trajectories to characterise the properties of single-particle motion by determining their acceleration and velocity increment statistics. We eventually compare these results to experimental data on velocity and acceleration correlation functions ⁶.



Contact : [matthieu.chatelain\[at\]ens-lyon.fr](mailto:matthieu.chatelain@ens-lyon.fr)

¹ Chatelain et al., *Journal of Fluid Mechanics*, (2026), **1030**, A23.

² Chaves et al., *J. Stat. Phys.*, (2003), **113(5-6)**, 643-692.

³ Viggiano et al., *Journal of Fluid Mechanics*, (2020), **900**, A27.

⁴ Li et al., *J. Turbulence*, (2008), **9**, 31.

⁵ Reneuve et al., *Physical Review Letters*, (2020), **125(1)**, 014502.

⁶ Sawford et al., *Physics of fluids*, (2003), **15**, 3478-3489.

Approximation de mesures multifractales par un système d'Ornstein-Uhlenbeck : convergence faible et application en turbulence lagrangienne.

Paul Maurer
CERMICS, ENPC

La modélisation lagrangienne stochastique de la turbulence repose classiquement sur des EDS pour la vitesse d'une particule fluide. Un modèle de référence est le modèle de Langevin simplifié

$$dU_t = -\frac{1}{T_L}(U_t - \langle U \rangle) dt + \sqrt{C_0 \varepsilon_t} dB_t,$$

où $\langle U \rangle$ désigne la vitesse moyenne eulérienne locale, T_L le temps de corrélation lagrangien, C_0 une constante universelle, et $(\varepsilon_t)_{t \geq 0}$ le taux de dissipation vu le long d'une trajectoire lagrangienne. L'un des enjeux majeurs est alors de choisir un modèle pour $(\varepsilon_t)_{t \geq 0}$ capable de reproduire l'intermittence observée dans les écoulements turbulents pleinement développés.

Dans le cadre de la théorie de Kolmogorov raffinée, on modélise la dissipation par $\varepsilon_t = \exp(V_t - \frac{1}{2}\mathbb{E}[V_t^2])$, où $V = (V_t)_{t \geq 0}$ est un processus gaussien presque log-corrélé. Un tel processus peut être construit à partir du mouvement brownien fractionnaire de Riemann-Liouville en faisant tendre le paramètre de Hurst vers zéro. Cependant, ce processus est peu régulier et non markovien, ce qui rend sa simulation numérique complexe.

L'idée développée ici consiste à approximer ce processus gaussien par une somme pondérée de processus d'Ornstein-Uhlenbeck corrélés, via une approximation de son noyau de Volterra qui exploite son caractère complètement monotone. On obtient l'approximation du processus de dissipation de la forme $\varepsilon_t^{(N)} = \exp(V_t^{(N)} - \frac{1}{2}\mathbb{E}[(V_t^{(N)})^2])$, où $V_t^{(N)} = \sum_{i=1}^N w_i Y_t^{(i)}$ et

$$dY_t^{(i)} = -x_i Y_t^{(i)} dt + dW_t, \quad i = 1, \dots, N.$$

Contrairement à d'autres approximations de mesures multifractales disponibles dans la littérature, cette méthode fournit un modèle fermé de dimension finie sous forme d'EDS couplées pour la vitesse lagrangienne.

Sur le plan théorique, nous étudions la sensibilité de ces modèles au choix du noyau de Volterra sous-jacent, et démontrons en particulier que pour des processus de Volterra $V^{(K)}$ et $V^{(\bar{K})}$ de noyaux respectifs K et \bar{K} , on a, pour une fonction test ϕ suffisamment régulière,

$$\left| \mathbb{E} \left[\phi \left(\int_0^T \exp \left(V_s^{(K)} - \frac{1}{2} \mathbb{E}[(V_s^{(K)})^2] \right) ds \right) \right] - \mathbb{E} \left[\phi \left(\int_0^T \exp \left(V_s^{(\bar{K})} - \frac{1}{2} \mathbb{E}[(V_s^{(\bar{K})})^2] \right) ds \right) \right] \right| \leq C_T \|K - \bar{K}\|_{L^1([0, T])}.$$

En construisant une quadrature de Gauss bien choisie pour le noyau fractionnaire, on en déduit que la mesure aléatoire $M^{(N)}(dt) = \exp(V_t^{(N)} - \frac{1}{2}\mathbb{E}[(V_t^{(N)})^2])dt$ a un comportement multifractal à la limite $N \rightarrow \infty$, avec une vitesse de convergence exponentielle. Ces résultats, détaillés dans la pré-publication [1], utilisent les récentes techniques de relèvement markovien et d'équation de Kolmogorov dépendant du chemin pour les processus de Volterra stochastiques, qui permettent une analyse précise de l'erreur faible.

Références

- [1] M. Bossy, K. Martinez, P. Maurer. Weak rough kernel comparison via PPDEs for integrated Volterra processes. *arXiv :2501.07509*, 2025.

Turbulence synthétique multifractale : modélisation et simulation à l'aide d'ondelettes à divergence nulle et de cascades aléatoires

Clément MORHAIN, EM2C & CMAP - Gif-sur-Yvette

Marc MASSOT, CMAP - École Polytechnique - Palaiseau

Aymeric VIÉ, EM2C - CentraleSupélec - Université Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette

Pour des écoulements turbulents, la résolution numérique directe des équations de Navier-Stokes reste limitée à des nombres de Reynolds modérés. Cela motive le développement de modèles pour une simulation d'ordre réduit de ces écoulements, tout en reproduisant les statistiques connues de la turbulence. Dans cet esprit, nous avons récemment développé un modèle de turbulence homogène isotrope (THI) qui permet de reproduire certaines statistiques eulériennes et lagrangiennes bien connues. Ce modèle repose sur une base d'ondelettes à divergence nulle [1], dont l'évolution temporelle des coefficients de détail est modélisée par des processus stochastiques. Dans [3], nous avons montré que la modélisation des détails par des processus d'Ornstein-Uhlenbeck permet de reproduire un spectre d'énergie, ainsi que le phénomène de concentration préférentielle des particules inertielles, voir Fig. 1. Ce modèle gaussien pour les détails ne permet cependant pas de reproduire les statistiques d'ordre élevé de la THI, en particulier celles liées à l'intermittence.

Afin tenir compte de ce phénomène caractérisé par les statistiques multifractales du champ de vitesse, nous avons choisi de modéliser les détails à partir d'un champ de dissipation local en échelle et en espace, construit à partir d'un processus de cascade multiplicative issu de [2]. Ce nouveau modèle non gaussien pour les détails permet d'obtenir un champ de vitesse multifractal dont les statistiques d'ordre élevé sont cohérentes avec celles de la THI intermittente. Une évolution de ces coefficients est également proposée afin de préserver les propriétés d'intermittence dans le temps [4].

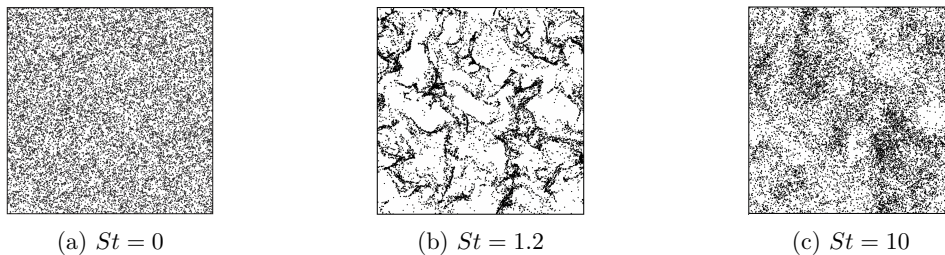


FIGURE 1 – Particules dans un champ de turbulence synthétique selon le nombre Stokes St (inertie).

- [1] E. Deriaz, V. Perrier. *Divergence-free and curl-free wavelets in two dimensions and three dimensions : Application to turbulent flows*. Journal of Turbulence, **7**, N3, 2006. doi : 10.1080/14685240500260547.
- [2] A. S. Monin, A. M. Yaglom. *Statistical fluid mechanics. 2*. MIT Press, Cambridge, MA, 1981 ed., 1965.
- [3] C. Morhain, R. Letournel, M. Massot, A. Vié. *Hybrid stochastic-structural reduced-order modelling of particle-laden turbulent flows based on wavelet reconstruction*. Under review, 2025.
- [4] C. Morhain, M. Massot, A. Vié. *Synthesizing turbulence from divergence free wavelets and random multiplicative cascades : an intermittent hit model*. In preparation.

Contact : clement.morhain@polytechnique.edu

IA pour les mathématiques

Benoît FABRÈGES, ICJ, Université Claude Bernard Lyon 1 - Lyon
Daphné GIORGI, CNRS, LPSM, Sorbonne Université Sciences - Paris

L'intelligence artificielle se développe très rapidement et touche désormais tous les domaines de la recherche scientifique. En mathématiques, elle intervient notamment dans la conception et la vérification de preuves, une discipline en plein essor grâce aux récentes avancées des modèles de langage (LLM). Associés à des assistants de preuves, qu'ils fonctionnent de manière entièrement automatique ou en interactions avec les chercheurs, ces outils transforment le domaine des mathématiques formelles. Dans la continuité de l'exposé plénier d'Amaury Hayat, ce mini-symposium vise à présenter en détails des méthodes d'IA récentes pour les mathématiques formelles.

Les intervenants presentis sont :

- Ahmad Rammal (Meta FAIR, Paris)
- François Charton (Axiom Math ; Ecole des Ponts / CERMICS)
- Jules Viennot (IRIS, Université Paris Cité)
- un représentant du projet Numina

Ce mini-symposium est soutenu par le RT CALCUL.

Contact : fabreges@math.univ-lyon1.fr

AutoformBot: Formalizing Mathematics at Scale

Ahmad RAMMAL, FAIR at Meta - **Niket PATEL**, FAIR at Meta -
Fabian GLOECKLE, FAIR at Meta -
Amaury HAYAT, CERMICS, ENPC/ KIAS - Paris
Julia KEMPE, FAIR at Meta - **Remi MUNOS**, FAIR at Meta -
Charles ARNAL, FAIR at Meta - **Vivien CABANNES**, FAIR at Meta -

We present **AUTOFORMBOT**, a multi-agent system for building an **Autoformalized Textbook Library At Scale (ATLAS)** in Lean 4. **AUTOFORMBOT** orchestrates thousands of LLM agents, equipped with formal verification tools, dependency-aware task scheduling, and collaborative version control, to translate informal textbook prose into machine-checked definitions and proofs. We apply our methods to a corpus of over **20** open-access textbooks spanning analysis, algebra, topology, combinatorics, and probability, producing **ATLAS** : a verified library of over **50,000** Lean 4 declarations and **500 thousand** lines of code. We release two artifacts : (i) **AUTOFORMBOT**, the open-source multi-agent framework ; and (ii) **ATLAS**, the resulting formal library. Our results suggest that autoformalizing the core content of graduate-level mathematics at scale is now economically and technically feasible. This opens the door to the automated verification of both human- and machine-generated mathematics at a research level.

Contact : rammal@meta.com

MINISYMPOSIUM**“Quelques applications réelles de l’optimisation et du contrôle optimal ”**

Mounir HADDOU, IRMAR, INSA Rennes - Rennes
Quang Huy TRAN, IFPEN - Rueil-Malmaison
Ibtihel BEN GHARBIA, IFPEN - Rueil-Malmaison

Dans ce minisymposium, nous présentons quatre travaux d’actualité et en lien avec des applications réelles. Il s’agit de travaux où interviennent de manière originale des techniques de modélisation, d’optimisation et de contrôle pour des applications allant des géosciences jusqu’au contrôle prédictif pour l’économie d’énergie en passant par la conception de structures mécaniques en génie civil.

Nous avons aussi choisi de varier les types d’intervenants. D’abord, un doctorant évoquera les problèmes mettant en jeu des équations en valeurs absolues avec une application en géosciences. Ensuite, deux jeunes docteurs (récemment diplômés) nous introduiront aux applications en économie d’énergie, puis aux méthodes d’optimisation très modernes mettant en jeu des techniques de géométrie combinatoire. Pour finir, deux collègues plus expérimentés aborderont des applications réelles : (en génie civil faisant appel à des outils d’optimisation semi-définie et conique pour l’une, en contrôle sur les réseaux pour l’autre).

Un des objectifs de ce symposium est de susciter des échanges autour d’applications réelles impliquant une grande diversité d’outils émergents et puissants de l’analyse numérique et plus généralement des mathématiques appliquées.

Voici une liste de 5 orateurs et titres presentis (seuls 4 seront retenus) :

1. TRAN Hoang Phi, INSA Rennes.
“Équations nonlinéaires en valeur absolue, applications en géosciences”.
2. BERTRET Victor, Purecontrol.
“Contrôle prédictif et application en économie d’énergie”.
3. PLAQUEVENT-JOURDAIN Baptiste, Paris Dauphine et Université de Sherbrooke.
“Techniques de linéarisation robuste pour les problèmes de complémentarité”.
4. FLISCOUNAKIS Agnès, Strains et INSA Rennes.
“Optimisation SDP et conique pour la conception de structures en génie civil”.
5. JERHAOUI Othmane, INSA Rennes.
“Viscosité des équations de Hamilton-Jacobi du premier ordre”.

Contact : mounir.haddou@insa-rennes.fr

Contrôle prédictif et application en économie d'énergie

Victor BERTRET, Purecontrol - Rennes

L'optimisation énergétique des systèmes industriels complexes constitue un levier majeur de la transition écologique actuelle. Cette présentation propose un retour d'expérience sur la mise en œuvre de stratégies de contrôle commande en environnement réel, en s'appuyant sur les solutions de pilotage automatisées et intelligentes déployées par la société Purecontrol.

Nous illustrerons les problématiques rencontrées à travers divers cas d'usage, comme par exemple l'optimisation de la méthanisation du biogaz [1]. Pour répondre à ces enjeux de performance, des approches de commande prédictive (*Model Predictive Control*, MPC) associées à des modèles de prédiction issus de l'apprentissage statistique sont mises en œuvre. Au-delà de la formulation mathématique du problème, le passage à l'échelle industrielle nécessite de prendre en compte une grande variété de contraintes opérationnelles et de sécurité souvent difficiles à modéliser a priori. Nous discuterons des verrous numériques liés à l'utilisation de ces outils dans le cadre d'une boucle fermée en temps réel, où la qualité des données et la robustesse des algorithmes face à la stochasticité des procédés sont critiques. L'objectif est d'illustrer, à travers notre expérience, les problématiques concrètes auxquelles nous sommes confrontés lors du déploiement de ces algorithmes sur des systèmes réels.

[1] V. Bertret, A. Tournier. *Optimisation du fonctionnement d'un épurateur pour la méthanisation*. In *25ème congrès annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF 2024)*. Amiens, France, 2024. Hal-04521215.

Contact : victor.bertret@purecontrol.com

AGNÈS FLISCOUNAKIS

Strains, Paris, France — `agnes.fliscounakis@strains.fr`Mini-symposium : *Quelques applications réelles de l'optimisation et du contrôle optimal* — Org. : M. Haddou (INSA Rennes, IRMAR)

Le logiciel DIGITAL STRUCTURE, développé par la société Strains, repose sur une approche radicalement différente des solveurs éléments finis classiques : les problèmes de mécanique non linéaire des structures (élastoplasticité, contact, calcul à la rupture) sont reformulés comme des programmes d'optimisation conique — SOCP et SDP — résolus par un algorithme de point intérieur primal-dual développé en interne [1, 2]. Pour le critère de von Mises, la loi d'écoulement plastique s'exprime comme une condition de complémentarité sur un cône de Lorentz : $\|\varepsilon^p\| \leq \gamma$, $\|s_{\varepsilon^p}\| \leq s_\gamma$, $(\gamma, \varepsilon^p) \circ (s_\gamma, s_{\varepsilon^p}) = \eta e$, où \circ désigne le produit de Jordan et $\eta \rightarrow 0$ à convergence. En choisissant des éléments finis cinématiques (en déplacement) et statiques (en équilibre), on obtient simultanément une borne *supérieure* et une borne *inférieure* de la solution exacte, fournissant un **encadrement garanti** de la charge de ruine.

Ce cadre est illustré sur un **assemblage acier** 3D issu d'une étude d'ingénierie réelle [1]. Le calcul dual fournit un encadrement de la résistance ultime, validé par comparaison avec Abaqus et les recommandations de l'Eurocode 3. L'extension au béton armé, via un critère de Mohr-Coulomb tronqué enrichi par des faces de glissement (*sliding faces*) rendant compte de l'anisotropie induite par la fissuration, a été développée dans [3].

Nous présentons ensuite deux développements récents visant le passage à l'échelle :

(i) **Passage à l'échelle sur GPU.** Le système KKT résolu à chaque itération IPM est décomposé par sous-structuration en blocs indépendants, chacun factorisé sur GPU. Le couplage aux interfaces est traité par complément de Schur. Cette décomposition améliore à la fois la robustesse numérique de la convergence IPM et la capacité de traitement, permettant d'atteindre des maillages de plusieurs millions de tétraèdres.

(ii) **Perspective : recalage paramétrique à grande échelle.** En couplant l'approche adjointe avec la décomposition par sous-structuration, on peut calculer efficacement la sensibilité des fréquences propres et déformées modales par rapport aux rigidités locales et anisotropes de chaque élément. Cela ouvre la voie au recalage de modèles volumiques à partir de mesures accélérométriques *in situ*, visant la détection et la caractérisation directionnelle de l'endommagement structural.

Références

- [1] C. El Boustani, J. Bleyer, M. Arquier, M.-K. Ferradi, K. Sab, Elastoplastic and limit analysis of 3D steel assemblies using SOCP and dual finite-elements, *Eng. Struct.*, **221**, 111041, 2020.
- [2] C. El Boustani, J. Bleyer, M. Arquier, K. Sab, Extending interior-point methods to nonlinear SOCP: application to finite-strain elastoplasticity, *Int. J. Numer. Meth. Engng*, **122**(1), 270–293, 2020.
- [3] A. Fliscounakis, M. Arquier, M.-K. Ferradi, 3D Limit Analysis of reinforced concrete with sliding along smeared cracks, *Comput. Struct.*, 2024.

Unbounded viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations with mechanical Hamiltonian in Wasserstein space

Christopher HERMOSILLA, Universidad Técnica Federico Santa María - Chile.
Othmane JERHAOUI, IRMAR, INSA Rennes - France.

In this talk, we discuss the value function arising in classical mechanics in the space of probability measures over the Euclidean space, endowed with the 2-Wasserstein distance. Similar to the classical setting, we aim to show that the value function is the unique solution to a suitable Hamilton-Jacobi equation. This problem can be seen as the limiting case of a “perturbed” problem by the Wasserstein gradient of the relative entropy function. Well-posedness of the Hamilton-Jacobi equation associated with the perturbed problem is well established in the literature under suitable assumptions. In contrast, proving well-posedness for the corresponding limiting problem using the same techniques turned out to be significantly more challenging and remains until now an open question. The main contribution of this work is to demonstrate that the limiting case can be treated within essentially the same viscosity-solution framework as the perturbed case.

Contact : othmane.jerhaoui@insa-rennes.fr

Solving Nonlinear Absolute Value Equations

Aris DANIILIDIS, VADOR - TU Wien -Austria
Mounir HADDOU, IRMAR - INSA Rennes - France

Trí Minh LÊ, VADOR - TU Wien -Austria
Olivier LEY, IRMAR - INSA Rennes - France
Phi Hoang TRAN, IRMAR - INSA Rennes - France

In this work, we show that several problems naturally represented as Nonlinear Absolute Value Equations (NAVE) can be reformulated as Nonlinear Complementarity Problems (NCP) and efficiently solved using smoothing regularization techniques under mild assumptions. As far as we know, this is the first numerical approach that directly deals with NAVE. We also identify a technical assumption commonly utilized in smoothing techniques and prove its equivalence to a classical Łojasiewicz inequality at infinity, validating its non-restrictive nature. Furthermore, we extend established error estimates for NCP solvers to derive error bounds for NAVE problems under weaker assumptions. We illustrate the effectiveness of our approach through applications including asymmetric ridge optimization and nonlinear ordinary differential equations.

Contact : hoang-phi.tran@insa-rennes.fr

Adding heterogeneity in models of infectious and inflammatory diseases

Hugo MARTIN, Institut Denis Poisson - Tours

Classic models in mathematical epidemiology rely on several simplifying assumptions, such as non-evolving pathogens and constant, homogeneous populations. Various models have been proposed to overcome these limitations. In this mini-symposium, we present examples of such novel modeling approaches.

One important extension involves accounting for multiple co-circulating strains [4], each with its own transmission and recovery rates. While models with a finite number of strains use a system of ODEs, this number can be extended to infinity, resulting in a single PDE describing the disease dynamics. This generalization is the subject of the first talk.

Another prominent direction for increasing model precision is the inclusion of behavioral responses among individuals aware of an ongoing outbreak. This field is expanding rapidly (see, for instance, recent meta-analyses [3, 1, 2]). The two other talks follow this trend : one examines a model of voluntary isolation using both ODE and network approaches, while the other considers the evolution of virulence and its impact on vaccine acceptance.

The last presentation focuses on the spatial dynamics of physiological responses involved in disease progression. While epidemic models traditionally focus on transmission dynamics at the population level, reaction–diffusion approaches can also describe the propagation of biological processes within tissues. This talk explores mathematical models of inflammation based on reaction–diffusion and integro-differential equations, incorporating immune responses, inflammatory mediators, and time delays. The analysis highlights how inflammation can propagate as traveling waves and investigates the mechanisms leading either to sustained or resolving inflammation.

Speakers are :

- Eriq DEBRABANT
- Wissam EL HAJJ
- Hugo MARTIN
- Clément MONAURY

- [1] A. Hamilton, F. Haghpanah, A. Tulchinsky, N. Kipshidze, S. Poleon, G. Lin, H. Du, L. Gardner, E. Klein. *Incorporating endogenous human behavior in models of covid-19 transmission : A systematic scoping review*. Dialogues in Health, **4**, 100179, 2024. doi :10.1016/j.dialog.2024.100179.
- [2] L. LeJeune, N. Ghaffarzadegan, L. M. Childs, O. Saucedo. *Formulating human risk response in epidemic models : Exogenous vs endogenous approaches*. European Journal of Operational Research, 2025. doi :10.1016/j.ejor.2025.01.004.
- [3] A. Reitenbach, F. Sartori, S. Banisch, A. Golovin, A. Calero Valdez, M. Kretzschmar, V. Priesemann, M. Mäs. *Coupled infectious disease and behavior dynamics. a review of model assumptions*. Reports on Progress in Physics, **88(1)**, 016601, 2024. doi :10.1088/1361-6633/ad90ef.
- [4] K. E. Shaw, J. K. Peterson, N. Jalali, S. Ratnavale, M. Alkuzweny, C. Barbera, A. Costello, L. Emerick, G. Espana, A. Meyer, S. Mowry, M. Poterek, C. de Souza Moreira, E. L. Morgan, S. Moore, A. Perkins. *Co-circulating pathogens of humans : a systematic review of mechanistic transmission models*. Proceedings of the Royal Society B : Biological Sciences, **292(2055)**, 20251453, 2025. doi :10.1098/rspb.2025.1453.

Contact : hugo.martin@univ-tours.fr

Spectral analysis and global dynamics of a structured SIS model with mutation

Enrique DEBRABANT, Institut Denis Poisson - Tours

We study a trait-structured SIS epidemiological model with mutation. This framework describes a heterogeneous infected population and leads to an infinite-dimensional nonlinear dynamical system in $L^1(\Omega)$.

Due to the global nonlinear coupling, the system does not generate a monotone dynamical system, which prevents the use of standard comparison techniques.

Our approach is therefore based on the spectral analysis of a family of positive operators arising from the linearization around the disease-free equilibrium. In this setting, the spectral bound $s(L_0)$ plays the role of a generalized reproduction number.

A central aspect of the analysis is the role of the minimal recovery rate

$$\underline{\gamma} := \inf_{x \in \Omega} \gamma(x).$$

When $\underline{\gamma} > 0$, we obtain a complete and sharp threshold description : the sign of $s(L_0)$ characterizes extinction, critical behavior, and persistence, together with the existence of a unique endemic equilibrium.

In contrast, when $\underline{\gamma} = 0$, this characterization no longer holds. However, we show that the condition $s(L_0) > 0$ still ensures persistence of the infection. The structure of endemic equilibria and the full long-time dynamics in this singular regime remain more intricate and only partially understood.

Finally, in a simplified framework, we study the stability of endemic equilibria and show their robustness with respect to small perturbations of the recovery rate and the transmission parameters.

References

- [1] Reinhard Bürger. Mathematical properties of mutation–selection models. *Journal of Mathematical Biology*, 26 :477–498, 1988.
- [2] Jean-François Delmas, Dylan Dronnier, and Pierre-André Zitt. An infinite-dimensional sis model, 2020.
- [3] Horst R Thieme. Spectral bound and reproduction number for infinite-dimensional population structure and time heterogeneity. *SIAM journal on Applied Mathematics*, 70(1) :188–211, 2009.

Contact : enrique.debrabant@univ-tours.fr

Regimes and mechanisms of inflammation described by reaction-diffusion systems

Wissam EL HAJJ, IRMAR - Rennes Nader EL KHATIB, LAU - Byblos
Vitaly VOLPERT, ICJ - Lyon

Inflammation is a physiological process aimed at protecting the organism from various external stimuli. It plays an important role in numerous diseases including cancer and cardiovascular diseases like atherosclerosis. Although each type of inflammatory disease has its own characteristic stimuli, the inflammatory response mechanism is generic.

In this work, we propose mathematical models of inflammation based on reaction–diffusion equations describing the spatiotemporal dynamics of healthy cells, inflamed cells, immune cells, and pro- and anti-inflammatory mediators. The models capture the main phases of the inflammatory process, initiation, progression, and resolution, using systems of reaction–diffusion and integro-differential equations, with and without time delay.

Our analysis shows that inflammation can propagate within tissue as a reaction–diffusion wave, and we characterize its propagation speed using both analytical and numerical approaches. Numerical simulations, performed using an implicit finite difference scheme, are used to investigate how anti-inflammatory mechanisms influence the global dynamics of the system and the resolution of inflammation. Finally, a sensitivity analysis of model parameters reveals biological phenomena and highlights conditions leading to either sustained or resolving inflammation.

Contact : wissam.el-hajj@univ-rennes.fr

How to Flatten the Curve: Should We Communicate on Incidence or Prevalence to Encourage Self-Isolation?

Hugo MARTIN, Institut Denis Poisson, Université de Tours - Tours

Coupling epidemiology with human behaviour models is currently a major trend in the mathematical modelling of infectious diseases, as shown by the sustained pace of published meta-analyses. This talk presents such a model, which incorporates human decision-making using tools derived from game theory.

First, I will present an ODE model of an infectious disease coupled with self-isolation, integrated via an approach inspired by imitation dynamics. Grounded in game theory, the model assumes that individuals compare the payoffs of both strategies (isolating or not) once they learn they are infected. The payoff for not self-isolating is correlated with two metrics commonly used to describe disease dynamics : prevalence and incidence.

Next, I will detail the equilibria of the model and the conditions for their local stability. Surprisingly, any linear combination of these metrics leads to the same prevalence at equilibrium. However, in some contexts, one metric is clearly better than the other during the transient phase, leading to a significantly reduced burden on the healthcare system. These results were then tested on networks, taking advantage of the stochastic counterpart of the ODE model. Finally, we demonstrated that the results also hold fairly well on empirical networks.

Contact : hugo.martin@univ-tours.fr

Vaccination behavior and the evolution of virulence

Clément MONAURY, Institut Agro - Rennes
Virginie RAVIGNE, CIRAD - Montpellier
Ludovic MAILLERET, INRAE - Sophia Antipolis
Frédéric HAMELIN, Institut Agro - Rennes

Evolutionary epidemiology predicts that vaccination can shape pathogen virulence (that is, pathogen-induced mortality) by altering selective pressures on pathogens. Yet most evolutionary models rely on an oversimplified representation of host behavior, assuming a fixed fraction of vaccinated individuals throughout an epidemic. In reality, vaccination decisions are dynamic and respond to epidemiological conditions and social influences, thereby modifying pathogen evolutionary dynamics. To capture this bidirectional feedback, we develop a framework integrating evolutionary and behavioral epidemiology. Epidemic dynamics are described using a model of ordinary differential equations with vaccination at birth, virulence evolution is tracked through a quantitative genetics approach, and behavioral changes are modeled using imitation dynamics. We compare this framework to a baseline scenario with fixed vaccination uptake and also explore how the speed of virulence evolution influences epidemic dynamics. Behavioral dynamics generate recurrent epidemic outbreaks and cyclical changes in virulence, leading to repeated mortality peaks. Under certain conditions, vaccination dynamics can transiently produce higher mortality than scenarios without behavioral change. The speed of virulence evolution further affects the occurrence, period, and amplitude of outbreaks. Together, our results highlight the importance of accounting for feedbacks between human behavior and pathogen evolution when informing public health decision-making.

Contact : clement.monaury@agrocampus-ouest.fr

Session parallèle 1 : Sessions Parallèles	118
Session parallèle 2 : Sessions Parallèles	124
Session parallèle 3 : Sessions Parallèles	130
Session parallèle 4 : Sessions Parallèles	136
Session parallèle 5 : Sessions Parallèles	142
Session parallèle 6 : Sessions Parallèles	147
Session parallèle 7 : Sessions Parallèles	151
Session parallèle 8 : Sessions Parallèles	155
Session parallèle 9 : Sessions Parallèles	159
Session parallèle 10 : Sessions Parallèles	163
Session parallèle 11 : Sessions Parallèles	166

Stability of a serially connected piezoelectric-elastic systems with time delay

Ahmad EL HAJJ, LMAC - Compiègne - France
 Batoul AL ACHAAL, LMAC - Compiègne - France
 Ali WEHBE, KALMA - Hadath - Liban

Dans cet exposé, nous présentons des résultats concernant le comportement à long terme d'un système élasto-piézoélectrique intégrant à la fois un amortissement et un retard temporel localisé. Ce système est régi par des équations linéaires de type onde, qui permettent de modéliser l'interaction entre effets mécaniques et électriques, en présence de contact et de frottement. De telles modélisations sont essentielles dans de nombreuses applications industrielles, notamment dans les secteurs de l'automobile et de la nanotechnologie [1].

Nous considérons un milieu à trois couches, comprenant deux couches élastiques et une couche piézoélectrique avec amortissement et retard localisés. La dynamique de ce système est décrite par les équations suivantes :

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) - c_1 u_{xx}(x, t) = 0, & (x, t) \in (0, l_1) \times (0, +\infty), \\ \rho v_{tt}(x, t) - \alpha v_{xx}(x, t) + \gamma \beta p_{xx}(x, t) + \mathbf{1}_{[a, b]}(x) (\kappa_1 v_t(x, t) + \kappa_2 v_t(x, t - \tau)) = 0, & (x, t) \in (l_1, l_2) \times (0, +\infty), \\ \mu p_{tt}(x, t) - \beta p_{xx}(x, t) + \gamma \beta v_{xx}(x, t) = 0, & (x, t) \in (l_1, l_2) \times (0, +\infty), \\ y_{tt}(x, t) - c_2 y_{xx}(x, t) = 0, & (x, t) \in (l_2, L) \times (0, +\infty), \end{cases} \quad (1)$$

avec les conditions aux bords, de transmission et de continuité suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} u(0, t) = y(L, t) = 0, \\ v(l_1, t) = u(l_1, t), \\ v(l_2, t) = y(l_2, t), \\ \alpha v_x(l_1, t) - \gamma \beta p_x(l_1, t) = c_1 u_x(l_1, t), \\ \alpha v_x(l_2, t) - \gamma \beta p_x(l_2, t) = c_2 y_x(l_2, t), \\ p_x(l_1, t) = \gamma v_x(l_1, t), \\ p_x(l_2, t) = \gamma v_x(l_2, t), \end{array} \right. \quad \text{pour tout } t \in (0, +\infty). \quad (2)$$

Le système (1)–(2) est complété par des conditions initiales (voir [2]).

En nous appuyant sur les théorèmes de Lax–Milgram et de Lumer–Phillips, nous établissons tout d'abord l'existence et l'unicité de la solution générée par un semi-groupe de contraction. Nous démontrons ensuite la stabilité forte de la solution grâce au théorème d'Arendt–Batty et quelques propriétés de l'opérateur associé. Par ailleurs, en exploitant ces propriétés et des outils de la théorie des semi-groupes, nous montrons que la solution est exponentiellement stable. Ces résultats fournissent ainsi un cadre rigoureux pour l'analyse de la stabilité des systèmes élasto-piézoélectrique avec retard. Plus précisément, nous obtenons :

Théorème 1. (voir [2]). *Si $|\kappa_2| < \kappa_1$, alors le système (1)–(2) admet une unique solution, générée par un C_0 -semi-groupe de contractions exponentiellement stable.*

- [1] M. Akil, S. Nicaise, A. O. Ozer, V. Régner. *Stability results for novel serially-connected magnetizable piezoelectric and elastic smart-system designs*. Applied Mathematics & Optimization, **89**, 2024.
- [2] B. Al Achaal, A. El Hajj, A. Wehbe. *Stability of serially connected piezoelectric-elastic systems with time delay*. To appear in Discrete and Continuous Dynamical Systems, 2026.

Contact : batoul.al-achaal@utc.fr

Écoulement dans un milieu poreux fracturé: analyse mathématique et numérique d'une formulation mixte

Michel KERN, Inria, Serena - Paris Géraldine PICHOT, Inria, Serena - Paris
Daniel ZEGARRA VASQUEZ, Univ. Paris-Saclay, CEA, SEMT - Gif-sur-Yvette

Les roches du sous-sol contiennent généralement de nombreuses fractures qui s'intersectent pour former un réseau complexe. Ces roches sont modélisées comme des milieux poreux fracturés. Nous considérons ici des fractures perméables, qui forment des canaux préférentiels par lesquels s'écoule la majeure partie de l'eau (seul fluide pris en compte dans ce travail). Les fractures sont caractérisées par la différence d'ordre de grandeur entre leurs dimensions longitudinales et transverses. Elles peuvent alors être représentées par des structures de co-dimension un dans un milieu tridimensionnel, au prix d'une modification des équations décrivant l'écoulement pour prendre en compte les échanges entre la matrice poreuse et les fractures. On obtient un système d'équations aux dérivées partielles couplées entre l'écoulement 3D dans la roche et 2D dans le réseau de fractures. Dans le modèle considéré ici la pression est continue à la traversée d'une fracture, et les échanges se traduisent par des sauts de flux à travers les fractures, ainsi qu'une condition de flux total nul le long des intersections.

Une formulation mixte du modèle présente l'intérêt de conserver localement la masse du fluide. L'analyse du modèle mathématique passe naturellement par la vérification d'une condition inf-sup. Une difficulté réside dans la prise en compte d'une norme couplant les vitesses dans la roche et dans la fracture, avec une faible régularité des fonctions qui oblige également à formuler la condition aux intersections de manière faible. Pour obtenir un résultat d'existence valable pour des géométries générales, la preuve doit considérer le domaine de manière globale. On s'appuie pour cela sur un résultat correspondant établi pour une formulation primale.

La discrétisation utilise des éléments de Raviart-Thomas-Nédélec. La vérification de la condition inf-sup discrète s'appuie sur un opérateur de Fortin, qui doit prendre en compte les conditions de flux total nul aux intersections entre les fractures. On obtient un résultat de convergence général, et au premier ordre sous des conditions de régularité. Une formulation hybride permet ensuite de se ramener à un système linéaire symétrique et défini positif, pour lequel les inconnues exprimant le couplage entre roche et fracture coïncident de manière naturelle.

La méthode est validée sur une solution analytique, et également sur à un jeu de données de référence issu de la littérature.

Les détails des preuves se trouvent dans [1] et [2]. On trouve également dans la thèse [2] des résultats de simulation dans des domaines poreux de grande taille, utilisant des méthodes avancées de décomposition de domaine nécessitant un recours au calcul haute performance (voir l'exposé de D. Zegarra Vasquez).

- [1] M. Kern, G. Pichot, D. Zegarra Vasquez. *Mathematical and numerical analysis of the mixed formulation of single phase flow in three-dimensional fractured porous media*, 2025. Prépublication, en révision pour SMAI J. Comp. Math.
- [2] D. Zegarra Vasquez. *Efficient numerical simulation of single-phase flow in three-dimensional fractured porous media*. Thèse de doctorat, Sorbonne Université, 2025.

Contact : Michel.Kern@inria.fr

Lyapunov functions and stability of linear two-dimensional hyperbolic systems

Yubo BAI, CERMICS, École nationale des ponts et chaussées - Marne la Vallée

Amaury HAYAT, CERMICS, École nationale des ponts et chaussées - Marne la Vallée

We study the boundary stability and stabilization of two-dimensional linear hyperbolic systems. In contrast with the 1-D case, intensively studied in the last forty years, in multi-dimensional hyperbolic systems, a basic quadratic Lyapunov function for the L^2 norm is usually a weighted L^2 norm, with weights that must be uniform across all components.

We show that, contrarily to the 1-D case, these Lyapunov functions, can only prove stability of multi-dimensional systems that already possess a specific internal structure. This drastically limits the applicability of this impressive tool, introduced by Bastin and Coron, in the multi-dimensional case. We demonstrate that this limitation can be overcome by considering a different sort of quadratic Lyapunov functions for higher norm, such as H^1 norm, thereby opening up the possibility of finding quadratic Lyapunov functions for systems that do not satisfy a dissipative structure. We successfully construct a quadratic Lyapunov function for the H^1 norm for a concrete example, confirming the feasibility of our approach. Furthermore, we show that these quadratic Lyapunov function for the H^1 norm can be used to construct a Lyapunov function for the L^2 norm, thereby establishing L^2 stability for such systems.

Contact : yubo.bai@enpc.fr

Résolution de problèmes de transmission dans le domaine temporel en présence d'interfaces non bornées

Mayssa MROUEH, UMA-ENSTA - Palaiseau

Luiz MALTEZ FARIA, UMA-ENSTA - Palaiseau

Maryna KACHANOVSKA, UMA-ENSTA - Palaiseau

Dans cet exposé, nous étudions la propagation d'ondes décrite par l'équation des ondes dans un domaine extérieur $\Omega^e \subset \mathbb{R}^n$, supposé être l'hypographe lipschitzien plate à l'infini. Plus précisément, pour $n = 2$, on considère $\Gamma = \partial\Omega^e = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = h(x)\}$, où $h(x) = 1$ pour $|x| > A$ et où h est une fonction lipschitzienne :

$$\begin{cases} -\partial_t^2 u + \Delta u = 0 & \text{dans } \Omega^e \times [0, T], \\ u|_{\Gamma} = g & \text{sur } \Gamma \times [0, T], \\ u(x, 0) = 0, \\ \partial_t u(x, 0) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

L'idée principale est de traiter le problème (1) à l'aide d'équations intégrales de frontière. Ce qui ramène le problème (1) à un autre problème défini sur l'interface Γ . Cependant, Γ est non bornée. Pour traiter ce problème, nous combinons la méthode des équations intégrales de frontière dépendantes du temps (TDBIE) avec la méthode des couches parfaitement adaptées (PML), comme suggéré dans le domaine libre [1]. Pour cela, nous introduisons une PML dans la direction de l'axe x dans le domaine de Laplace par un changement de variable défini par : $\alpha(x) = 1 + \frac{\sigma(x)}{s}$, $s \in \mathbb{C}$, $\text{Re}(s) > 0$. On résout ensuite l'équation intégrale $Sq = g$, avec

$$(Sq)(t, x) = \int_0^t \int_{\Gamma} G_{\alpha}(t - \tau, x - y) q(\tau, y) d\lambda_y d\tau,$$

où G_{α} est la solution fondamentale du problème modifié par la PML. On cherche la densité q , qui décroît rapidement en espace grâce à la PML. On peut alors remplacer l'intégrale sur Γ par une intégrale sur Γ_{α} , qui est une troncature de Γ .

Au niveau théorique, nous montrons que le problème PML-isé est bien posé et admet une solution unique. Ensuite, nous montrons que l'opérateur de simple couche modifié S , perturbé par un opérateur $R : H^{-1/2}(\Gamma) \rightarrow H^1(\Gamma)$, est coercif.

Enfin, nous présentons des résultats numériques obtenus à l'aide de la méthode de quadrature de convolution pour la discrétisation temporelle, illustrant l'efficacité de l'approche proposée ainsi que la qualité d'absorption fournie par la PML.

[1] W. Lu, Y. Y. Lu, J. Qian. *Perfectly matched layer boundary integral equation method for wave scattering in a layered medium*. SIAM Journal on Applied Mathematics, **78(1)**, 2018.

Structural analysis of high-order centered compact schemes for wave and beam equations

Ana-Maria ORIȚĂ, Laboratoire de Mathématiques Blaise Pascal - Clermont-Ferrand

This work investigates high-order centered compact finite-difference schemes for the spatial approximation of even derivatives. Starting from Taylor expansions, the coefficients of these schemes are characterized through a Vandermonde type linear system. We prove convolution identities and recursive relations that allow higher-order finite-difference formulas to be expressed in terms of lower-order ones.

We apply these relations to the spatial semi-discretization of one-dimensional PDEs involving even-order derivatives, such as the wave equation with homogeneous Dirichlet boundary conditions and the Euler–Bernoulli hinged beam equation. We show that the resulting high-order discretization matrices can be expressed as polynomials of the standard second-order finite-difference Laplacian. Consequently, they share the same eigenvectors as the classical discrete Laplacian, while their eigenvalues can be written explicitly as functions of the underlying discrete spectrum.

The obtained spectral representation allows a precise analysis of the discrete dynamics and of the conserved discrete energies. In particular, it provides a convenient framework for studying spectral gaps and observability properties of semi-discrete systems. These results were obtained in collaboration with N. Cindea and I. Roventa in a work supported by the International Research Center "Innovation Transportation and Production Systems" of the I-SITE CAP 20-25.

Contact : Ana_Maria.ORITA@uca.fr

Localization length for elastic waves propagating in layered random media

Caroline BAUZET, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - Marseille
 Régis COTTEREAU, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - Marseille
 Cédric SULTAN, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - Marseille

We present mathematical tools to study attenuation and mode exchange of elastic waves propagating in 3D random media. We consider a solid medium Ω approximated by random layers where an elastic plane wave arrives obliquely and propagates through the layers. From the equilibrium equation.

$$-\nabla \cdot \sigma(\mathbf{x}, z, t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}(\mathbf{x}, z, t), \quad (\mathbf{x}, z) \in \Omega^- \cup \Omega \cup \Omega^+, t \in \mathbb{R}_+$$

relating stress σ and velocity \mathbf{v} , along with the constitutive relation of the slab

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma(\mathbf{x}, z, t) = \lambda(z) (\nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}, z, t)) \mathbb{I} + \mu^\epsilon(z) \left(\nabla \mathbf{v}(\mathbf{x}, z, t) + \nabla^T \mathbf{v}(\mathbf{x}, z, t) \right), \quad (\mathbf{x}, z) \in \Omega, t \in \mathbb{R}_+$$

(t, \mathbf{x}) -Fourier transform yields the linear system of differential equations with random coefficients

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} \hat{v}_x \\ \hat{\sigma}_{xz} \\ \hat{v}_z \\ \hat{\sigma}_{zz} \end{bmatrix} (\kappa, z, \omega) = \frac{i\omega}{\epsilon} A^\epsilon(\kappa, z) \begin{bmatrix} \hat{v}_x \\ \hat{\sigma}_{xz} \\ \hat{v}_z \\ \hat{\sigma}_{zz} \end{bmatrix} (\kappa, z, \omega), \quad (\kappa, z, \omega) \in (\mathbb{R}_+)^3$$

where A^ϵ is a random matrix and ϵ is an homogenization parameter that we let tend towards 0. Because of the randomness, under the weakly or strongly heterogeneous regime, wave localization in space can happen. We are interested in characterizing the localization length with regards to the parameters : wave frequency ω , horizontal wave number κ , mass density ρ but also mean, standard deviation and autocorrelation of Lamé coefficients λ and μ . Indeed, when standard deviation is sufficiently small compared to wavelength and sufficiently small compared to slab size, the power transmission coefficient decays exponentially with distance and is characterized by the localization length. Our work generalizes the acoustic case (SH waves) presented in [2] to the two-mode (P and SV) transfer matrix. We consider transverse isotropy which is more general than the hypotheses made in previous P-SV works such as [3] and unlike [1] we do not restrict to small angles of incidence. Thanks to physical properties, the system matrix A^ϵ lies in $sp(4, \mathbb{C})$ and $su(2, 2)$ Lie algebra. However, the difficulty of the P-SV case lies in the mode couplings. Instead of directly breaking the complex 4×4 transfer matrix into scalar quantities, we choose to work at the 2×2 block matrices level to preserve Lie groups structure exhibited by matrix Riccati equations. This allows us to change variables and work on differential equations with complex matrix-valued functions of complex matrix variables. From stochastic homogenization methods, we obtain limit stochastic differential equations. We use Ito lemma generalized to complex tensors and pass to the limit when the slab size goes to infinity in order to compute Lyapunov exponents which lead to a formula for the localization length.

- [1] M. Colvez, R. Cottereau. *High frequency attenuation of elastic waves transmitted at an angle through a randomly-fluctuating horizontally-layered slab*. Wave Motion, 2023.
- [2] J. P. Fouque, J. Garnier, G. Papanicolaou, K. Solna. *Wave Propagation and Time Reversal in Randomly Layered Media*, vol. 56. Springer Science and Business Media LLC, 2007.
- [3] W. Kohler, G. Papanicolaou, B. White. *Localization and mode conversion for elastic waves in randomly layered media i and ii*. Wave Motion, 1996.

Contact : sultan@lma.cnrs-mrs.fr

Residual based a posteriori error analysis for φ -FEM

Roland BECKER, Université de Pau et des pays de l'adour - Pau
Raphaël BULLE, Inria de l'Université de Lorraine - Strasbourg
Michel DUPREZ, Inria de l'Université de Lorraine - Strasbourg
Vanessa LLERAS, Université de Montpellier - Montpellier

The φ -FEM [3] is an immersed boundary finite element method taking advantage of the description of the exact geometry via a level-set. Unlike the popular methods XFEM [4] and CutFEM [2], φ -FEM needs no unusual shape functions or quadrature rules near the boundary of the domain. Leveraging the level-set description of the boundary makes φ -FEM easy to implement while preserving an optimal convergence rate and conditioning.

In this talk, we introduce a novel a posteriori error estimator for φ -FEM. Our estimator is composed of a standard residual part [5] and is augmented by boundary related terms used to estimate the errors coming from the discretization of the boundary condition and the geometry. We show that this estimator is both reliable and efficient with respect to a measure of the discretization error including the boundary approximation error and give the key ideas of the proofs.

This estimator and an adaptive mesh refinement strategy is implemented in FEniCSx [1]. We investigate their performance on several numerical test cases with various geometries. In particular, we highlight an improvement of the boundary approximation when the boundary related terms of the estimator are included.

- [1] I. A. Baratta, J. P. Dean, J. S. Dokken, M. Habera, J. S. Hale, C. N. Richardson, M. E. Rognes, M. W. Scroggs, N. Sime, G. N. Wells. *DOLFINx : The next generation FEniCS problem solving environment*, 2023. doi :10.5281/zenodo.10447666.
- [2] E. Burman, S. Claus, P. Hansbo, M. G. Larson, A. Massing. *CutFEM : Discretizing geometry and partial differential equations*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, **104(7)**, 472–501, 2015. doi :10.1002/nme.4823. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nme.4823>.
- [3] M. Duprez, A. Lozinski. *φ -FEM : A Finite Element Method on Domains Defined by Level-Sets*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **58(2)**, 1008–1028, 2020. doi :10.1137/19M1248947.
- [4] T. Fries. *A corrected XFEM approximation without problems in blending elements*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, **75(5)**, 503–532, 2008. doi :10.1002/nme.2259.
- [5] R. Verfürth. *A Posteriori Error Estimation Techniques for Finite Element Methods*. Oxford University Press, 2013. doi :10.1093/acprof:oso/9780199679423.001.0001. Publication Title : A Posteriori Error Estimation Techniques for Finite Element Methods.

Contact : raphael.bulle@inria.fr

Solutions multiples et simulations pour un problème de charges d'espace appliqué aux lignes de transport d'électricité à courant continu haute tension (HVDC)

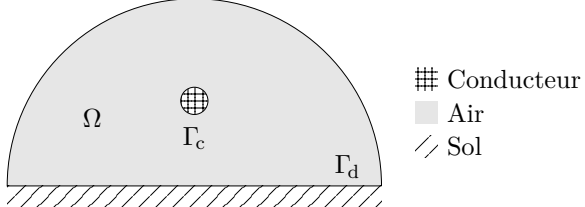
Madeline CHAUVIER, Céramaths/DMaths - Valenciennes

Serge NICAISE, Céramaths/DMaths - Valenciennes

Christophe TROESTLER, Département de Mathématique - Mons (Belgique)

Juliette VENEL, Céramaths/DMaths - Valenciennes

De nos jours, l'électricité est principalement transportée par des lignes à haute tension (HV) utilisant du courant alternatif (AC) plutôt que du courant continu (DC). Cependant, les progrès récents en matière d'électronique de puissance ainsi que le développement des énergies renouvelables ont suscité un intérêt pour le transport HVDC. Celui-ci présente également de nombreux avantages par rapport au HVAC, dont certains sont mis en évidence dans [1]. Le modèle mathématique le plus simple utilisé par la communauté des ingénieurs, appelé problème unipolaire (i.e. avec un seul conducteur) de charges d'espace, est décrit par le système suivant :

$$(1) \quad \begin{cases} -\Delta\varphi = \rho, & \text{dans } \Omega, \\ \operatorname{div}(\rho\nabla\varphi) = 0, & \text{dans } \Omega, \\ \varphi = 1, & \text{sur } \Gamma_c, \\ \varphi = 0, & \text{sur } \Gamma_d, \\ \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}} = A, & \text{sur } \Gamma_c, \end{cases}$$


où φ est le potentiel électrique et ρ la densité de charges d'espace définis sur un domaine Ω à bord $\mathcal{C}^{1,1}$ composé de 2 composantes disjointes Γ_c et Γ_d . L'effet couronne est modélisé par l'hypothèse de Kaptzov qui consiste à imposer que la dérivée normale extérieure du potentiel $\partial\varphi/\partial\mathbf{n}$ sur le bord Γ_c du conducteur soit égale à une fonction donnée $A : \Gamma_c \rightarrow \mathbb{R}$.

Des algorithmes pour approcher (φ, ρ) sont développés depuis plusieurs années par la communauté des ingénieurs, mais, à notre connaissance, le problème (1) n'a pas encore été abordé d'un point de vue mathématique. Dans cette communication, nous présenterons d'abord le résultat d'existence suivant.

Théorème 1. *Le problème (1) sans imposer la condition de Neumann a un nombre infini de solutions non-triviales (i.e. $\rho \neq 0$).*

La preuve de ce théorème consiste à ajouter un terme de diffusion $\varepsilon\Delta\rho$, avec $\varepsilon > 0$, à la deuxième équation de (1). En utilisant le théorème du point fixe de Schauder, nous avons montré que ce problème avec diffusion admet une solution. Le résultat s'obtient par passage à la limite sur $\varepsilon \rightarrow 0$, voir [1].

Nous présenterons ensuite un algorithme des moindres carrés, décrit dans [1], qui minimise la distance entre les solutions de l'équation de Poisson $\Delta\varphi = -\rho$ et l'équation de continuité du courant $\operatorname{div}(\rho\nabla\varphi) = 0$. La convergence et la robustesse de cet algorithme seront validées dans le cas d'un anneau, pour lequel nous avons déterminé toutes les solutions radiales. Enfin, nous comparerons nos simulations numériques avec des résultats expérimentaux.

[1] M. Chauvier, S. Nicaise, C. Troestler, J. Venel. *Multiple solutions and simulations for an ion flow field problem applied to hvdc transmission lines*, 2025. Disponible sur HAL : <https://hal.science/hal-05357732>.

Contact : madeline.chauvier@uphf.fr

Un modèle réduit exact pour la conception d'un jumeau numérique d'un réseau de distribution d'eau basé sur l'assimilation de données en temps réel

Cheima DJEMEL, ETTIS INRAE - Cestas Olivier PILLER, I2M - Talence
Thierry HORSIN, M2N - Paris Chloé MIMEAU, M2N - Paris
Iraj MORTAZAVI, M2N - Paris

Compte tenu de l'urgence climatique, la protection des réseaux de distribution d'eau est d'une importance majeure. Leur grande étendue géographique en fait des systèmes complexes tant sur le plan opérationnel que sur l'aspect numérique lié à la modélisation de ces derniers. En effet, la complexité computationnelle de la modélisation du comportement hydraulique d'un réseau de distribution d'eau augmente avec le nombre de conduites et de mailles hydrauliques (conduites redondantes). À mesure que le réseau s'étend, le coût de calcul associé augmente en raison de la nature non linéaire des systèmes qui décrivent son fonctionnement hydraulique.

Afin de gérer cette complexité et garantir une supervision en temps réel on propose dans cette présentation le développement d'un jumeau numérique du réseau de distribution d'eau basé sur un modèle exact d'ordre réduit utilisant la méthode de décomposition en graphes [1]. Cette approche permet de traiter séparément les composantes linéaires et non linéaires en séparant la partie arborescente (forêt) du cœur du graphe (partie maillée) et en réduisant davantage la dimension du cœur. Cette décomposition est réalisée à l'aide de deux algorithmes : FCPA [2] et GMPA [3], offrant un gain de temps de calcul tout en préservant une précision suffisante. Des tests ont été réalisés sur différentes configurations de réseaux réels, mettant en évidence une réduction significative de la taille du système non linéaire ainsi qu'un gain en temps de calcul.

Pour mettre à jour les paramètres du modèle, il est ensuite nécessaire de relier ce dernier aux données d'observation en temps réel. Des techniques d'assimilation des données peuvent être utilisées pour ajuster le modèle telle que le filtre de Kalman. Cela nous permet d'estimer l'état hydraulique des réseaux en temps réel lors d'un écoulement quasi-transitoire, c'est-à-dire lorsque la consommation quotidienne varie progressivement au fil du temps. Les résultats montrent qu'en choisissant soigneusement les intervalles de temps et en tenant compte du bruit de mesure et du bruit de processus, il est possible d'estimer les niveaux du réservoir tout au long de la journée.

Un jumeau numérique basé sur un modèle d'ordre réduit exacte connecté aux données sera mis en œuvre sur le réseau de Strasbourg dans le cadre des études de cas du projet CoRREau [4].

- [1] C. Djemel, O. Piller, T. Horsin, C. Mimeau, and I. Mortazavi. Review of reduced-order models for online protection of water distribution networks. *Engineering Proceedings*, 69 :159, 2024.
- [2] A. R. Simpson, S. Elhay, and B. Alexander. Forest-core partitioning algorithm for speeding up analysis of water distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 140 :435–443, 2014.
- [3] J. Deuerlein, S. Elhay, and A. R. Simpson. Fast graph matrix partitioning algorithm for solving the water distribution system equations. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 142(2) :04015037, 2016.
- [4] Résilience par la conception et sécurité des réseaux d'eau. <https://www.correau.fr/>.

Contact : cheima.djemel@inrae.fr

Spectral approach for a homogenization problem using boundary integral operators

Cédric BELLIS, Laboratoire de Mécanique & d'Acoustique - Marseille

Maxence CASSIER, Institut Fresnel - Marseille

Anthony GERBER-ROTH, Laboratoire de Mécanique & d'Acoustique - Marseille

Florian MONTEGHETTI, Institut de Mathématiques de Marseille - Marseille

Hervé MOULINEC, Laboratoire de Mécanique & d'Acoustique - Marseille

Alice VANEL, Institut Fresnel - Marseille

The following multi-phase homogenization problem in conductivity is considered : find a periodic function $u \in H^1(\Omega)$ satisfying

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (C(\nabla u + \bar{\varepsilon})) = 0 \text{ on } \Omega \\ \langle u \rangle_{\Omega} = 0 \\ \partial_n u \text{ is antiperiodic on } \partial\Omega, \end{cases}$$

where $\Omega :=]0, 1[^d$, $\bar{\varepsilon}$ is a given constant vector. We assume that each phase is made of a material with constant conductivity, i.e. $C := \sum_{k=1}^p C_k \mathbb{1}_{\omega_k} > 0$. It is known [1] that u is the unique solution of an equation involving a volume integral operator known as Lippmann-Schwinger and denoted by S . This implies, with additional assumptions, that u may be expressed as

$$u = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\bar{\varepsilon} \cdot \langle C \nabla \phi_k \rangle_{\Omega}}{1 - \lambda_k} \phi_k,$$

where (λ_k, ϕ_k) are eigenpairs of S .

In that presentation, we will show that an alternative approach based on boundary integral operators associated to the interface $\gamma := \partial\omega_1 \cup \dots \cup \partial\omega_p$ can be used. An introduction to such operators in the *not so common* context of periodic boundary conditions will be presented, with a focus on the single layer operator denoted by \mathcal{S}_{γ} . This will lead to a representation formula of the form

$$u = \mathcal{S}_{\gamma} q,$$

with $q \in H^{-\frac{1}{2}}(\gamma)$. We will show that the problem is equivalent to a boundary integral equation involving the so-called Neumann-Poincaré operator, denoted by K'_{γ} . As a consequence, when there are only two phases, i.e. $p = 2$, the spectral properties of K'_{γ} can be used to derive the following explicit expansion formula

$$u = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\langle \bar{\varepsilon} \cdot n, e_k \rangle}{\alpha - \mu_k} \mathcal{S}_{\gamma} e_k,$$

(μ_k, e_k) being eigenpairs of K'_{γ} . This result is significantly stronger than the previous one, which is one of the benefits of this approach. The eigenpairs (μ_k, ϕ_k) can be observed in plasmonic resonance phenomena too, which highlights an interesting connection between the two fields. In addition, they will be explored numerically and their links with those of S will be presented.

- [1] C. Bellis, H. Moulinec. *Lippmann-Schwinger spectrum, composite materials eigenstates and their role in computational homogenization*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, **126**(19), 38, 2025. doi:10.1002/nme.70130.

Contact : gerberroth@lma.cnrs-mrs.fr

Modelling internal tides using plane waves: a Plane Wave Discontinuous Galerkin method for the (linearized) rotating shallow water equations.

Ezra ROZIER, Odyssey, INRIA - Rennes Noé LAHAYE, Odyssey, INRIA - Rennes

Internal tides (IT) are internal waves generated by the interaction of the astronomical tide with the ocean irregular topography. Using the framework of vertical mode decomposition [3], the dynamics of ITs can be described by the (linearized) rotating shallow water model. Owing to the nearly time-harmonic character of ITs, it appears that the solution of these equations can be locally decomposed into plane waves – which is confirmed by inversion-based estimates of satellite data [4]. Therefore, in this research, following the work on Plane Wave Discontinuous Galerkin (PWDG) methods done for acoustic problems [1] or electromagnetic wave equation [2], we study the PWDG method applied to the (linearized) rotating shallow water equations. PWDG is a numerical method that is part of the more general Trefftz methods, where the local approximation is a superposition of local solutions, in this context, plane waves. We notice that this method is giving good results for low spatial sampling : we can compute solutions for less than one point per wavelength and it does not struggle solving source terms and open boundary conditions. This reduces the computational cost compared to the often used spectral methods and finite difference method.

- [1] G. Gabard. *Discontinuous galerkin methods with plane waves for time-harmonic problems*. Journal of Computational Physics, **225**.
- [2] C. Gittelsohn, R. Hiptmair, I. Perugia. *Plane wave discontinuous galerkin methods : Analysis of the h-version*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **43**.
- [3] S. Kelly, P. Lermusiaux, P. H. JR. *A coupled-mode shallow-water model for tidal analysis : Internal tide reflection and refraction by the gulf stream*. Journal of Physical Geography, **12**.
- [4] Z. Zhao. *Mapping internal tides from satellite altimetry without blind directions*. Journal of Geophysical Research : Oceans, **124**.

Contact : ezra.rozier@inria.fr

A unified perspective on PINNs and FEMs

Nilo SCHWENCKE, OCKHAM-LIP - ENS Lyon
Roland MAIER, IANM-KIT - Karlsruhe, Allemagne

English version : The goal of this contribution is to propose a unified functional-analytic framework for several classical and recent approaches to the numerical solution of partial differential equations. Building upon the theory of Gelfand triples, we develop a kernel-based formalism for weak formulations. This viewpoint naturally encompasses Galerkin methods, and in particular the finite element method, and provides a principled way to place them in the same geometric setting as least-squares approaches, including physics-informed neural networks (PINNs).

Building on this kernel perspective, we then introduce an algorithmic strategy that allows PINNs and FEM to operate collaboratively. We illustrate the benefits of this interaction on selected problems, showing how the proposed framework can leverage the respective strengths of both methodologies.

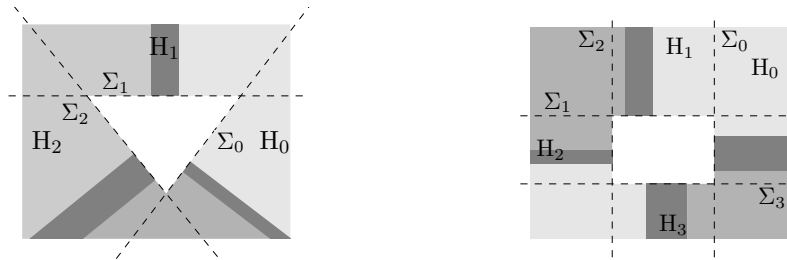
French version : L'objectif de cette contribution est de proposer un cadre d'analyse fonctionnel unifié pour différentes approches (classiques et plus récentes) traitant de la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. En nous appuyant sur la théorie des triplets de Gelfand, nous développons un formalisme fondé sur les méthodes à noyaux pour les formulations faibles. Ce point de vue englobe naturellement les méthodes de Galerkin, et en particulier la méthode des éléments finis, et fournit une manière principielle de les situer dans le même cadre géométrique que les approches de type moindres carrés, y compris les réseaux de neurones informés par la physique (PINNs).

À partir de cette perspective, nous introduisons une stratégie algorithmique permettant aux PINNs et aux éléments finis de fonctionner de manière collaborative. Nous illustrons l'intérêt de cette interaction sur plusieurs problèmes choisis, en montrant comment le cadre proposé permet d'exploiter les forces respectives de ces deux méthodologies.

Contact : nilo.schwencke@protonmail.com

Problèmes de diffraction dans des jonctions de demi-espaces stratifiés

Sarah AL HUMAIKANI, POEMS, CNRS, Inria, ENSTA, IP Paris - Palaiseau
Anne-Sophie BONNET-BEN DHIA, POEMS, CNRS, Inria, ENSTA, IP Paris - Palaiseau
Sonia FLISS, POEMS, CNRS, Inria, ENSTA, IP Paris - Palaiseau



On considère l'équation de Helmholtz dans un domaine $\Omega := \mathbb{R}^2 \setminus \mathcal{O}$ (\mathcal{O} étant un triangle ou un rectangle) qui coïncide avec l'union de N (resp. $N = 3$ ou $N = 4$) demi-plans stratifiés $H_n := \{(x_n, Y_n) \in \mathbb{R}^2 \mid x_n > 0\}$ pour $n = 1, \dots, N$, où (x_n, Y_n) est un système de coordonnées locales obtenu à partir des coordonnées globales (x, y) par rotation et translation. Chaque demi-plan H_n est dit stratifié en tant qu'il est associé à un nombre d'onde variable, donné par une fonction bornée à valeurs réelles κ_n qui vérifie $\kappa_n = \kappa_n(Y_n)$. Ainsi, la stratification est orthogonale à la frontière Σ_n de H_n . De plus, on suppose que κ_n devient constant de part et d'autre d'un intervalle borné. Notons k le nombre d'onde qui coïncide avec les κ_n dans chaque demi-espace. Par simplicité, on considère un problème extérieur dont on cherche à caractériser et calculer la solution sortante,

$$-\Delta u - k^2 u = 0 \text{ dans } \Omega, \quad u = g \text{ sur } \partial\Omega, \quad (1)$$

où $g \in H^{1/2}(\partial\Omega)$. C'est une problématique qui n'est pas évidente à traiter puisque, pour cette classe de problèmes, la définition de la solution sortante n'est pas claire. Cette difficulté est liée au fait qu'on ne connaît pas la fonction de Green du milieu et qu'on ne peut pas utiliser la séparation des variables pour exprimer une condition de bord transparente ou une condition de radiation adaptée. On utilise la méthode des demi-plans raccordés ou Half-Space Matching method (HSM). Cette méthode est basée sur des représentations de demi-espace de la solution dans chaque H_n en fonction de sa trace φ_n sur la frontière du demi-plan Σ_n . Le problème est alors réécrit sous la forme d'un système d'équations intégrales couplées, où les inconnues sont exactement les traces φ_n . Pour le problème de diffraction considéré, le cadre fonctionnel pertinent pour les traces ainsi que le caractère bien posé du système HSM ne sont pas clairs. A la place, on propose comme dans [1] un système similaire, nommé Complex Scaled HSM où les inconnues des équations intégrales sont des prolongements analytiques exponentiellement décroissants des traces.

Comme expliqué précédemment, l'outil principal dans cette démarche est l'obtention des représentations de demi-espace. Pour les milieux stratifiés, elles sont obtenues en utilisant la transformée de Fourier dans la direction x_n (qui diagonalise $-\partial_{x_n}^2$) ou la transformée de Fourier généralisée (qui diagonalise $-\partial_{Y_n}^2 - \kappa^2(Y_n)$). Chaque représentation présente des avantages et des inconvénients d'un point de vue théorique comme numérique.

Des résultats numériques seront présentés lors de l'exposé.

- [1] A.-S. Bonnet-Ben Dhia, S. N. Chandler-Wilde, S. Fliss, C. Hazard, K.-M. Perfekt, Y. Tjandrawidjaja. *The complex-scaled half-space matching method*, 2021.

Contact : sarah.al-humaikani@ensta.fr

Green Waves and Homogenization for a Hamilton-Jacobi Traffic Flow Model

Ali ASSI, LMI - UR 3226 - Rouen **Nicolas FORCADEL**, LMI - UR 3226 - Rouen
Régis MONNEAU, CEREMADE - Paris

Traffic flow is classically described by the LWR model, a scalar conservation law that can be written in an equivalent Hamilton-Jacobi form. In this presentation, we consider a traffic flow model posed on a single infinite road with a large number of traffic lights. In this setting, a green wave may occur when the traffic lights are synchronized so that cars can pass through a sequence of green lights without stopping. Motivated by this mesoscopic problem, we study a Hamilton-Jacobi equation posed on the infinite real line, with traffic lights equally spaced along the road. The traffic lights follow the same periodic signal, with a fixed phase shift in time between consecutive lights.

At the mesoscopic level, we model the effect of each traffic light individually, and we describe the traffic between consecutive lights in terms of the car density. The goal is to look at this model from far away in order to obtain a macroscopic description. In this description, the effect of the individual lights is replaced by an averaged effect on the traffic density. The mathematical theory used to pass from the first description to the second is homogenization. This leads to an effective Hamilton-Jacobi equation, whose effective Hamiltonian (or effective flux) describes the large-scale behavior of traffic and keeps the memory of the mesoscopic effect of the traffic lights.

Unlike many homogenization results, a key feature of our work is that the effective flux can be computed explicitly. Using an optimal control approach, we indeed derive an explicit formula. This makes it possible to see directly how the phase shift between consecutive traffic lights affects the effective flux and, in turn, the overall traffic flow. When the original Hamiltonian corresponds to a triangular fundamental diagram, we can even determine the phase shift that gives rise to a green wave. Our results also reveal that, to obtain a green wave, the phase shift should depend on the traffic regime : we exhibit one phase shift for free-flow traffic and another one for congested traffic.

Finally, we present numerical experiments illustrating the behavior of the effective flux and its dependence on the phase shift.

Contact : ali.assi@insa-rouen.fr

Modèles effectifs pour l'équation de Helmholtz dans un coin avec couche mince

Cédric BAUDET, POEMS, CNRS, Inria, ENSTA, IP Paris - Palaiseau

Sonia FLISS, POEMS, CNRS, Inria, ENSTA, IP Paris - Palaiseau

Patrick JOLY, POEMS, CNRS, Inria, ENSTA, IP Paris - Palaiseau

Nous étudions un problème de diffraction dans un secteur angulaire de Dirichlet (potentiellement localement perturbé) recouvert sur un côté par une couche mince homogène. Dans un travail précédent [1], nous avons établi un développement asymptotique à tout ordre et pour tout angle de la solution lorsque l'épaisseur de la couche tend vers 0, en utilisant la méthode des développements asymptotiques raccordés. Les termes du développement qui décrivent la solution loin du coin sont construits par récurrence, satisfont une condition au bord qui remplace la couche et possèdent un comportement singulier complexe près du coin. Ce comportement implique des coefficients de raccord algébriques et des coefficients provenant de correcteurs de coin. Dans ce travail, nous fournissons des modèles effectifs d'ordre 3, resp. 5. Ces modèles remplacent, loin du coin, la couche par une condition de bord effective de Robin, resp. de Ventcel. De plus, nous introduisons une frontière artificielle près du coin et imposons une condition de Dirichlet-to-Neumann (DtN). L'opérateur de DtN repose sur une décomposition modale du développement asymptotique tronqué à l'ordre 3, resp. 5. Les modes prennent en compte le comportement singulier des termes du développement, les coefficients de raccord algébriques et les correcteurs de coin. Nos modèles effectifs sont bien posés et uniformément stables lorsque l'épaisseur de la couche est assez petite. De plus nous justifions ces modèles par des estimations d'erreur rigoureuses qui prennent en compte la troncature des modes du DtN. Des résultats numériques seront présentés, illustrant la précision des modèles effectifs.

- [1] C. Baudet. *Asymptotic analysis at any order of Helmholtz's problem in a corner with a thin layer : an algebraic approach*. Asymptotic Analysis, 2026. doi :10.1177/09217134251389983. Publié en ligne.

Contact : cedric.baudet@ensta.fr

A nonsmooth extension of the Brezzi-Rappaz-Raviart approximation theorem via metric regularity techniques

Jules **BERRY**, L2S - Univ. Paris-Saclay Olivier **LEY**, IRMAR - INSA Rennes
Francisco **SILVA**, XLIM - Univ. Limoges

The Brezzi-Rappaz-Raviart (BRR for short) theorem [2] can be seen as quantitative version of the inverse function theorem tailored for the numerical analysis of nonlinear PDEs. More precisely, given Banach spaces X and Y , a mapping $F: X \rightarrow Y$, approximations $F_h: X \rightarrow Y$ of F , and a solution $\bar{x} \in X$ to $F(\bar{x}) = 0$, we are interested in finding solutions $\bar{x}_h \in X$ to

$$F_h(\bar{x}_h) = 0 \tag{1}$$

and to quantify the error $\|\bar{x} - \bar{x}_h\|_X$. In its simplest form, the BRR theorem roughly states that, if the mappings F and F_h are of class C^1 , with $dF[\bar{x}]$ invertible, if

$$\lim_{h \rightarrow 0} F_h(\bar{x}) = 0 \tag{2}$$

and if

$$\lim_{h \rightarrow 0} \|dF[\bar{x}] - dF_h[\bar{x}]\|_{\mathcal{L}(X,Y)} = 0, \tag{3}$$

then, for all h small enough, there exists $\bar{x}_h \in X$ solving (1) and we have the error estimate

$$\|\bar{x} - \bar{x}_h\|_X \leq 2\|dF[\bar{x}]^{-1}\|_{\mathcal{L}(X,Y)}\|F_h(\bar{x})\|_Y. \tag{4}$$

In other words, under the consistency assumption (2) and the stability assumption (3), there exists a solution to the approximate problems and the error estimate (4) is proportional to the consistency error.

We propose a generalization of this result to the case where the mappings F and F_h are merely Lipschitz continuous. In this case the condition (3) is replaced by a smallness condition on the Lipschitz constant of the difference $F - F_h$. In order to find a substitute for the invertibility of $dF[\bar{x}]$ in this nondifferentiable setting, we make use of the theory of *metrically regular mappings*, a theory that has found significant applications in the context of variational analysis as a replacement for the inverse function theorem. We also discuss applications of our result to finite element approximations of solutions to Hamilton-Jacobi equations and mean field games. Indeed, in this context, the nonlinearities are typically not smooth enough to ensure that F and F_h are of class C^1 .

- [1] J. Berry, O. Ley, F. J. Silva. *A nonsmooth extension of the Brezzi-Rappaz-Raviart approximation theorem via metric regularity techniques and applications to nonlinear PDEs*. Preprint, arXiv :2507.05774 [math.NA] (2025), 2025.
- [2] F. Brezzi, J. Rappaz, P. A. Raviart. *Finite dimensional approximation of nonlinear problems. I : Branches of nonsingular solutions*. Numer. Math., **36**, 1–25, 1980. doi :10.1007/BF01395985.

Contact : jules.berry@centralesupelec.fr

Diffraction by a rough thin layer on an arbitrary shaped object: the periodic and random cases

Pierre BOULOGNE, CEA-CESTA - Le Barp **Sonia FLISS**, POEMS - Palaiseau
Laure GIOVANGIGLI, POEMS - Palaiseau
Justine LABAT, CEA-CESTA - Le Barp

We are interested in the time-harmonic scattering by a bounded regular object coated with a thin rough layer. Although this problem can be solved numerically, computational costs become prohibitive when the layer's thickness is small compared to the object's characteristic size and the incident wavelength. However, this scale separation can be exploited to derive effective models that avoid meshing the thin layer.

Effective models for arbitrary objects coated by thin layers of constant thickness on one hand or for planes coated by rough thin layers on the other hand are well established in the literature. By contrast, objects of arbitrary shape coated by rough layers require additional tools. Such models can be derived when the roughness (i.e. the surface variations of the layer) is of the same order as the layer's thickness and is either periodic or random and stationary ergodic.

Assuming a two-dimensional setting governed by the Helmholtz equation, we derive homogenized models of any order for the periodic case and of order 1 and 2 for the random case. The derivation relies on a multi-scale asymptotic method that yields correctors defined on a "cell" and effective solutions, that depend on the roughness properties and on the geometry of the object. The correctors capture the near-field behavior of the solution, while the effective solutions satisfy an equivalent boundary condition around the object, providing accurate approximations of the far-field behaviour. We establish quantitative error estimate between the true solution and the effective models at different orders. Numerical simulations for a range of geometries and coatings validate the theoretical convergence rates.

Contact : pierre.boulogne@ensta.fr

Flow rate measurement in a heterogeneous fluid with acoustic waves

Alexander MCSWEENEY-DAVIS, Inria, UMA, ENSTA, IP Paris - 91120 Palaiseau, France

Lorenzo AUDIBERT, Departement PRISME, EDF R&D - 78401 Chatou, France

Houssein HADDAR, Inria, UMA, ENSTA, IP Paris - 91120 Palaiseau, France

This work studies the propagation of acoustic waves in a waveguide with a non-uniform flow and impenetrable obstacles in the context of modelling of non-intrusive ultrasonic flowmeters. We consider a two-dimensional waveguide containing N particles which we denote by \mathcal{O} and $\Omega = ([-L, L] \times [0, h]) \setminus \mathcal{O}$ the fluid part of the domain. We denote by $\partial\Theta$ the exterior wall of the waveguide and $\Sigma_{\pm L}$ the outflow/inflow interfaces. The relative fluid velocity \mathbf{V}_f is assumed to be given by an incompressible potential flow $\nabla u_0 + \nabla u$, where $u_0 = (V_f - V_p)x_1$ is the relative free velocity potential, and u the perturbation by the obstacle. We arrive at a model with two sequential problems, a Laplace problem for the flow potential (Equation (1)) and a Convected Helmholtz problem for the propagation of the acoustic waves in the fluid (Equation (2)). First we solve Equation (1) from which we obtain the fluid Mach velocity $\mathbf{M} = c^{-1}(\nabla u + \nabla u_0)$. This is substituted into Equation (2) in which we denote by D_k the convective derivative $D_k = -ik + \mathbf{M} \cdot \nabla$, where k is the wave number. The Dirichlet-to-Neumann (DtN)

$$\begin{cases} \Delta u = 0, & \text{in } \Omega \\ \partial_{\mathbf{n}} u = -\partial_{\mathbf{n}} u_0, & \text{on } \partial\Theta \cup \partial\mathcal{O} \\ \partial_{\mathbf{n}} u = -S_{\pm} u, & \text{on } \Sigma_{\pm L} \end{cases} \quad (1) \qquad \begin{cases} \nabla \cdot (\nabla \varphi - D_k \varphi \mathbf{M}) + ik D_k \varphi = 0 & \text{in } \Omega \\ \partial_{\mathbf{n}} \varphi = 0 & \text{on } \partial\Theta \\ \partial_{\mathbf{n}} \varphi = f & \text{on } \partial\mathcal{O} \\ (\nabla \varphi - D_k \varphi \mathbf{M}) \cdot \mathbf{n} = -T_{\pm} \varphi & \text{on } \Sigma_{\pm L} \end{cases} \quad (2)$$

operators S_{\pm}, T_{\pm} are constructed via a modal decomposition, and are exact for the Laplace problem, while for the Convected Helmholtz problem they approximate the flow as being uniform outside the bounded domain. First we prove that Problem (2) is well-posed in $H^1(\Omega)$, with the exception of a countable collection of wavenumber, under the assumption that the flow \mathbf{M} is subsonic and tangential to $\partial\mathcal{O} \cup \partial\Theta$. This reduces the problem to proving that the flow model (1) yields a subsonic flow, which we prove under suitable geometrical assumptions. In addition to these theoretical results we present numerical simulations using FreeFEM.

We also explore asymptotic models in the limit of a large number of particles. We consider various homogenisation regimes in the periodic setting, and apply the theory of two-scale convergence to study the convergence to the effective equations. In this case formal calculations yield the following homogenised field equation :

$$\nabla \cdot (\mathbf{A}^* \nabla \varphi_0) + 2ik \mathbf{M}^* \cdot \nabla \varphi_0 + k^2 \rho^* \varphi_0 = 0 \quad (3)$$

where $\mathbf{A}^*, \mathbf{M}^*, \rho^*$ are effective tensors independent of ε computed via the periodic cell problems. An interesting scaling is where the size of the particles r and the difference in the free fluid and particle velocities $V_f - V_p$ scale linearly in ε , the size of the periodic cell. While such homogenisation problems have been well-studied for the Helmholtz equation, to our knowledge this has not been presented for the Convected Helmholtz equation with non-uniform flow.

Contact : alex.mcsweeney@ensta.fr

Preuves assistées par ordinateur pour des EDPs sur R^n

Matthieu CADIOT, CMAP - Ecole Polytechnique

Dans cet exposé, nous présentons une méthode (voir [3]) basée sur les preuves par ordinateur pour démontrer l'existence de solutions localisées d'EDPs sur R^n . Les solutions localisées sont des fonctions qui tendent vers zéro à l'infini, et apparaissent naturellement sous la forme de motifs localisés ou d'ondes solitaires dans de nombreux modèles physiques. La méthode présentée est basée sur la construction numérique d'une solution approchée \bar{u} à support sur un cube de R^n en utilisant les séries de Fourier. En développant un argument de point fixe, basée sur le théorème de Newton-Kantorovich, nous sommes en mesure de prouver l'existence rigoureuse d'une solution u à l'EDP dans un voisinage de \bar{u} , et de montrer que u est localisée. Notre contribution principale est la construction d'un inverse de la linéarisation autour de \bar{u} , associé à des estimations rigoureuses de convergence vers le vrai inverse. Nous appliquons cette méthode à plusieurs exemples d'EDPs, notamment l'équation de Swift-Hohenberg [4] et les équations de Gray-Scott [2], ainsi qu'au modèle nonlocal de Whitham [1].

- [1] M. Cadiot. *Constructive proofs of existence and stability of solitary waves in the Whitham and capillary-gravity Whitham equations*. *Nonlinearity*, **38(3)**, 035021, 2025. doi :10.1088/1361-6544/adb5e8.
- [2] M. Cadiot, D. Blanco. *The 2D Gray-Scott system of equations : constructive proofs of existence of localized stationary patterns*. *Nonlinearity*, **38(4)**, 045016, 2025. doi :10.1088/1361-6544/adbcf0.
- [3] M. Cadiot, J.-P. Lessard, J.-C. Nave. *Rigorous computation of solutions of semilinear PDEs on unbounded domains via spectral methods*. *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.*, **23(3)**, 1966–2017, 2024. doi :10.1137/23M1607507.
- [4] M. Cadiot, J.-P. Lessard, J.-C. Nave. *Stationary non-radial localized patterns in the planar Swift-Hohenberg PDE : constructive proofs of existence*. *J. Differential Equations*, **414**, 555–608, 2025. doi :10.1016/j.jde.2024.09.015.

Contact : matthieu.cadiot@polytechnique.edu

Neural Network approximation of the Mortensen observer in high-dimension

Martin CHASSARD, CERMICS, ENPC - Champs-sur-Marne
Virginie EHRLACHER, CERMICS, ENPC / Inria - Champs-sur-Marne
Damiano LOMBARDI, LJLL / Inria - Paris
Philippe MOIREAU, CMAP, école Polytechnique / Inria - Palaiseau

In this preliminary work, we address the numerical resolution of nonlinear filtering problems by proposing a scalable neural network algorithm for the approximation of a nonlinear observer.

Estimating the state of a finite-dimensional system from partial noisy observations is a classical problem known as the filtering problem. In the linear dynamics and linear observations framework, this problem was solved by Kalman and Bucy in their classical work [1].

For nonlinear dynamics, the analog of the Kalman filter is called the Mortensen observer [3].

The Mortensen observer is defined as the minimum least-squares estimator of the state at a given time. An equivalent approach is to see it as the instantaneous minimizer of the *value function* associated with the optimal control problem one obtains by interpreting the noise of the filtering problem as a *control* input acting on the dynamics.

The value function is known to satisfy a nonlinear Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equation, so that discretizing the latter allows for an approximation of the Mortensen observer.

Adhering to the discretize-then-optimize philosophy, we consider a discrete analog of the dynamics and tackle the filtering problem by *controlling the discrete system*. When the discrete dynamic system is consistent with the time-continuous one, a time-splitting scheme for the value function has been proposed in [2], that is proved to be convergent in the vanishing time-step limit.

Based on this semi-discretization, we propose to build a numerical approximation by supplementing the time-splitting scheme with an Extended Kalman Filter (EKF)-based algorithm using Input Convex Neural Networks. This algorithm is less sensitive to the curse of dimensionality than traditional grid-based HJB techniques, as will be illustrated numerically in dimension $d \gg 1$, where grid-based methods become intractable.

- [1] R. E. Kalman, R. S. Bucy. *New results in linear filtering and prediction theory*. Trans. ASME Ser. D. J. Basic Engrg., **83**, 95–108, 1961.
- [2] P. Moireau. *A discrete-time optimal filtering approach for non-linear systems as a stable discretization of the Mortensen observer*. ESAIM Control Optim. Calc. Var., **24(4)**, 1815–1847, 2018. doi:10.1051/cocv/2017077.
- [3] R. E. Mortensen. *Maximum-likelihood recursive nonlinear filtering*. J. Optim. Theory Appl., **2(6)**, 386–394, 1968. doi:10.1007/BF00925744.

Contact : martin.chassard@enpc.fr

A Hyper-Reduced Neural-Network-Augmented Semi-Smooth Newton Method for Nonlinear Parametric Variational Inequalities

Sofiane EZZEHI, CERMICS, CNRS, ENPC, IP Paris - Marne-la-Vallée, France
Virginie EURLACHER, CERMICS, CNRS, ENPC, IP Paris - Marne-la-Vallée, France
Guillaume ENCHERY, IFP Energies nouvelles - Rueil-Malmaison, France
Thibault FANEY, IFP Energies nouvelles - Rueil-Malmaison, France

We present a model order reduction (MOR) framework for nonlinear parametric variational inequalities [4] arising in computational mechanics. The work is motivated by the long-term challenge of reducing computational costs in the simulation of CO₂ storage in geological formations [3]. While the present contribution is methodological in nature and does not address this application directly, it lays the groundwork for such problems.

Starting from a mixed primal–dual discretization with projection-based complementarity conditions, we solve the resulting nonlinear, nonsmooth problem by a semi-smooth Newton (SSN) method [5] cast in primal–dual active-set form. Proper Orthogonal Decomposition (POD) bases are then built for the primal and dual variables, leading to a projected reduced-order model (ROM) solved by SSN in the reduced space.

When the solution manifold is poorly approximated by low-dimensional linear spaces (e.g., slow Kolmogorov n -width decay), nonlinear MOR strategies can be advantageous. Building on recent approaches, a neural-network-augmented ROM (NN-ROM) [2] is introduced. More precisely, two feedforward networks learn corrections for the truncated POD components of the primal and dual variables; this nonlinear manifold approximation is then embedded within the SSN iterations. To address the remaining online costs that scale with the high-dimensional model (HDM) size, hyper-reduction is investigated via a sparse cubature scheme based on greedy nonnegative least squares (greedy-NNLS) [1].

The methodology is assessed on two test cases : a $2D$ obstacle problem with a cubic nonlinearity in the state equation, and a $3D$ frictional contact problem with a nonlinearity in the constraint equation arising from the projection operator associated with the Coulomb friction law. Numerical experiments on the $2D$ obstacle case show that the hyper-reduced NN-ROM maintains a relative error comparable to those of the other reduced models, while yielding substantial speedups over the HDM. Extension to the $3D$ frictional contact setting and full validation are ongoing and may be presented at the talk.

- [1] S. S. An, T. Kim, D. L. James. *Optimizing cubature for efficient integration of subspace deformations*. ACM Transactions on Graphics, **27**(5), 1–10, 2008. doi :10.1145/1409060.1409118.
- [2] J. Barnett, C. Farhat, Y. Maday. *Neural-network-augmented projection-based model order reduction for mitigating the Kolmogorov barrier to reducibility*. Journal of Computational Physics, **492**, 112420, 2023. doi :10.1016/j.jcp.2023.112420.
- [3] J. Droniou, G. Enchéry, I. Faille, A. Haidar, R. Masson. *A bubble VEM-fully discrete polytopal scheme for mixed-dimensional poromechanics with frictional contact at matrix–fracture interfaces*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **422**, 116838, 2024. doi :10.1016/j.cma.2024.116838.
- [4] C. Grossmann. *Numerical methods for variational inequalities and optimal control*. In *Numerical Treatment of Partial Differential Equations : Translated and Revised by Martin Stynes*, pp. 435–498. Springer, Berlin, Heidelberg, 2007. doi :10.1007/978-3-540-71584-9_7.
- [5] B. Wohlmuth. *Variationally consistent discretization schemes and numerical algorithms for contact problems*. Acta Numerica, **20**, 569–734, 2011. doi :10.1017/s0962492911000079.

Contact : sofiane.ezzehi@enpc.fr

A 3D hyperelastic lung model coupled to a 0D representation of the bronchial tree

Romain LOPEZ--SURJUS, Inria - Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Céline GRANDMONT, Inria - Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Frédérique NOËL, Inria - Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Fabien VERGNET, Inria - Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Mathematical modeling of the respiratory system provides a structured framework for analyzing various processes involved in breathing. This approach may be particularly relevant to improve diagnosis in the context of lungs pathologies such as asthma, COPD, fibrosis or emphysema where spontaneous ventilation is impaired. In these situations, patients are admitted to intensive care units where artificial ventilation assists them with their breathing effort by injecting air through the trachea, leading to possible lung injuries. To describe the ventilation process and understand how the lungs react to these large pressure variations, we propose a dynamic continuum mechanics model describing the lung deformations as those of a hyperelastic material. We consider the non-linear constitutive law developed in [1] in the steady state setting and generalize it to an unsteady setting. Furthermore, we couple it to a 0D representation of the bronchial tree, viewed as a resistive diadic tree as in [2]. We choose to preserve the equivalent resistance of the tree while reducing the total number of generations, in an effort to lower computational cost. Several terminal subdomains are then defined, representing the region of influence of a path through the bronchial tree. This coupling between the air flow through the bronchial generations and the lung parenchyma deformations adds a pressure gradient in the elastic equations representing the action of the air flow on the elastic media. This additional term can be written as a non-local non-linear dissipative term which depends only on the parenchyma deformations. The resulting equations can be viewed as a poromechanical model describing the air-parenchyma interaction and satisfying energy estimates. To discretize in time the resulting system, we consider a Generalized- α scheme with a finite element approximation for the space discretization. Due to the non-local term, the associated finite element matrix is a dense matrix obtained by the product of two time-dependent matrices, greatly increasing computation and memory costs, especially as the system is solved by a Newton algorithm. To overcome this limitation, we propose different numerical strategies as well as a local approximation of the resistive term. Various breathing scenarios are simulated for a 3D realistic lung geometry considering some boundary conditions modeling the impact of surrounding elements such as the rib cage or the abdomen. The proposed coupled models shall be further used in pathological situations in particular to explore possible lung injuries for patients under artificial ventilation.

- [1] C. Patte, M. Genet, D. Chapelle. *A quasi-static poromechanical model of the lungs*. Biomechanics and Modeling in Mechanobiology, **21**, 2022. doi :10.1007/s10237-021-01547-0.
- [2] N. Pozin, S. Montesantos, I. Katz, M. Pichelin, I. Vignon-Clementel, C. Grandmont. *A tree-parenchyma coupled model for lung ventilation simulation*. International journal for numerical methods in biomedical engineering, **33(11)**, e2873, 2017.

Contact : romain.lopez-surjus@inria.fr

Une extension du filtre de Kalman d'ensemble par méthodes à noyaux

Sophie MAURAN, INRIA - Rennes

Ehouarn SIMON, IRIT - Toulouse

Sandrine MOUYSET, IRIT - Toulouse

Laurent BERTINO, NERSC - Bergen

Les filtres de Kalman d'ensemble sont désormais utilisés dans une grande variété d'applications, telles que la prévision météorologique et l'océanographie, et ont prouvé leur efficacité dans ces configurations à grande échelle. Ils peuvent être interprétés dans le cadre de l'estimation bayésienne sous des hypothèses gaussiennes sur la distribution des variables du modèle, des observations et des erreurs lors de la définition du problème d'optimisation associé à l'étape d'analyse. Cependant, lorsque ces hypothèses ne sont pas vérifiées, cela peut conduire à une non-convergence ou à une instabilité des méthodes.

Nous présentons une extension du filtre de Kalman d'ensemble transformé (ETKF) basée sur les méthodes à noyau (kernel methods). Cette approche généralise l'étape d'analyse de l'ETKF à n'importe quel espace de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS), avec une équivalence entre les méthodes pour le cas du noyau linéaire. Des expériences préliminaires sur le système de Lorenz-63 soulignent l'intérêt potentiel de l'utilisation d'autres noyaux en présence de non-linéarité, avec une erreur quadratique moyenne (RMSE) inférieure ou similaire selon la configuration (taille de l'ensemble, inflation). Nous étudions ensuite la faisabilité d'une stratégie de localisation par domaine basée sur l'apprentissage non supervisé, permettant une réduction du coût mémoire de l'algorithme original grâce à l'utilisation de matrices creuses ou de faible rang dans la mise à jour de l'ensemble lors de l'analyse.

Contact : sophie.mauran@inria.fr

Uniform accuracy from geometric high-order averaging

Léopold TRÉMANT, Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML) - Université d'Artois

This talk concerns some highly-oscillatory phenomena with numerical challenges of both stiffness and energy preservation, for which even appropriate numerical methods often present deteriorated accuracy for some time-steps. The method of high-order averaging defines a non-linear change of variables which decouples non-stiff drift dynamics from stiff oscillations in a new differential equation that is easier to solve numerically [2].

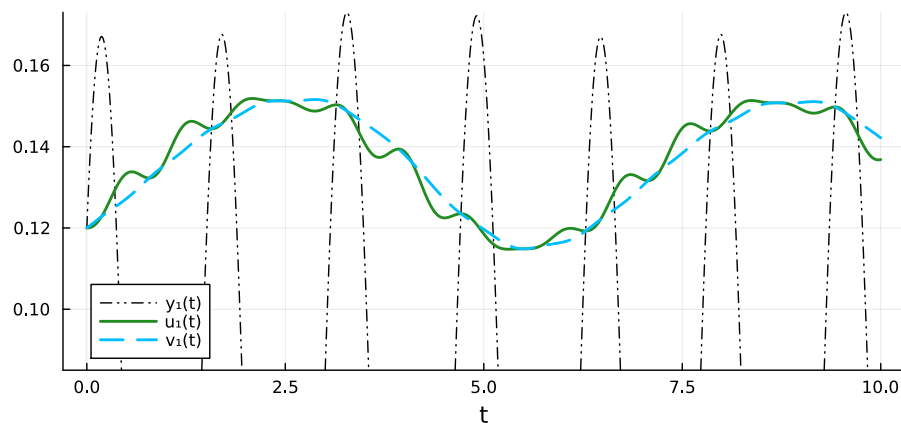


FIGURE – Illustration of the solution after levels 0, 1 or 2 of non-linear preconditioning.

While this approach has successfully been extended to other contexts such as relaxation problems [3] and multi-frequency forcings [4, 1], its current reliance on heavy formal computations limits its implementations. The goal here is to introduce a new framework for high-order averaging inspired by normal forms. These results will be illustrated with preliminary numerical experiments, using automatic differentiation to avoid formal computations.

- [1] B. Bidégaray-Fesquet, C. Jourdana, L. Trémant. *Multi-frequency averaging and uniform accuracy towards numerical approximations for a bloch model*. Communications in Mathematical Sciences, **23(3)**, 731–764, 2025.
- [2] P. Chartier, M. Lemou, F. Méhats, G. Vilmart. *A New Class of Uniformly Accurate Numerical Schemes for Highly Oscillatory Evolution Equations*. Foundations of Computational Mathematics, **20(1)**, 1–33, 2020. doi :10.1007/s10208-019-09413-3.
- [3] P. Chartier, M. Lemou, L. Trémant. *A uniformly accurate numerical method for a class of dissipative systems*. Mathematics of Computation, **91(334)**, 843–869, 2022.
- [4] P. Chartier, A. Murua, J. M. Sanz-Serna. *Higher-Order Averaging, Formal Series and Numerical Integration I : B-series*. Foundations of Computational Mathematics, **10(6)**, 695–727, 2010. doi : 10.1007/s10208-010-9074-0.

Contact : leopold.tremant@univ-artois.fr

Space-Time Finite Volume Method with Anisotropic Mesh Adaptation for Numerical Fluid Mechanics

Ali ALI AHMAD, GAMMA3 - UTT Florian BLACHÈRE, GAMMA3 - UTT
Thomas GROSGES, GAMMA3 - UTT

In numerical simulations of fluid mechanics, achieving higher accuracy can be approached in several ways : refining the physical modeling of flows, increasing the resolution of discretization, or improving the precision of numerical methods. To balance computational cost and accuracy, anisotropic metric-based Adaptive Mesh has demonstrated its effectiveness for steady problems. However, extending this approach to unsteady flows remains a significant challenge due to the complexities introduced by time dependence. One key issue is the lagging of the mesh relative to the evolving solution. When a mesh is optimized for a solution at specified time, it quickly becomes suboptimal as the solution advances. Several methods in the literature address this issue [2], but they require introducing complex interpolation techniques to transfer the solution between meshes, as well as intricate metric definitions to ensure accuracy. In this work, we introduce a novel numerical method designed for unstructured meshes, ensuring conservation in both space and time, while mitigating these challenges in an efficient way.

Unlike classical time-marching approaches for unsteady problems, which typically rely on a single global time step imposed over the entire spatial domain, the present space-time setting naturally accommodates locally varying time increments [1].

- [1] A. A. Ahmad, F. Blachère, B. Portelenelle, T. Grosge, E. Rouhaud. *Space-time formulation of finite volume scheme for conservation laws*. Computers and Mathematics with Applications, **26**, 2026. Submitted manuscript.
- [2] F. Alauzet, A. Loseille, G. Olivier. *Time-accurate multiscale anisotropic mesh adaptation for unsteady flows in CFD*. Journal of Computational Physics, **36(3)**, 2018.

Contact : ali.ali_ahmad@utt.fr - University of Technology of Troyes (UTT)

Domain decomposition based preconditioning techniques for a unique continuation problem subject to the wave equation

Filippo BRUNELLI, LJLL, Inria - Paris **Guillaume DELAY**, LJLL, Inria - Paris
Frédéric NATAF, LJLL, Inria - Paris **Emile PAROLIN**, LJLL, Inria - Paris
Pierre-Henri TOURNIER, LJLL, Inria - Paris

We consider the following unique continuation problem : we search for a solution to the wave equation with homogeneous Dirichlet boundary conditions, initial data are however not available. Instead, some measurements of the solution are provided in a subregion of the space-time domain. More specifically, the wave equation becomes a constraint for the minimization of the error between the solution and the (possibly noised) measurements. In practical applications, retrieving the solution from partial measurements arises in several fields, and in particular in the context of medical imaging.

The linear constraint represented by the wave equation is taken into account by introducing a Lagrange multiplier. Then, the minimisation problem is reformulated in terms of the first-order optimality conditions, see [3]. The resulting problem is solved on the whole time interval at once, instead of using time-marching approaches as for standard space-time problems. This yields inevitably to a large problem to solve, independently from the chosen discretisation, in particular for 3d-in-space cases. Iterative methods cope easily with large size problems but the convergence is affected by ill-conditioning, which is a usual defect of inverse problems. The goal of the present work is to develop an efficient preconditioner for this problem.

Domain decomposition (DD) methods consist of a hybrid solution between direct and iterative methods. The main underlying idea is : decompose the global problem into subproblems of smaller size, therefore easier to solve, and design an iterative algorithm that involves only local solutions of such subproblems. For the considered unique continuation problem, it is particularly interesting to consider a decomposition with respect to the time variable only. We investigate a *decompose-then-optimize* approach [2], where the constraint equation is enforced locally on each subdomain, and some continuity conditions couple solutions from neighbouring subdomains. These conditions are then penalised in a least-squares fashion and some iterative algorithms are introduced to break the coupling between subdomains. Then, only local subproblems are solved within every iteration. We prove that such algorithms converge to the global solution and, as usual in the DD framework, we reinterpret them as preconditioned fixed point iterations for the global problem.

To analyse the efficiency of the proposed preconditioning techniques, we choose the discretisation introduced in [1]. It consists of a finite element method for the space variable and a discontinuous Galerkin approach for the time variable. We show that DD based preconditioners need considerably fewer iterations compared to the ones proposed in [1], allowing to solve large versions of the problem.

- [1] E. Burman, J. Preuss. *Unique continuation for the wave equation based on a discontinuous galerkin time discretization*. IMA Journal of Numerical Analysis, p. draf036, 2025. doi : 10.1093/imanum/draf036.
- [2] P.-H. Cocquet, M. Gander, A. Vieira. *Decompose-then-optimize : a new approach to design domain decomposition methods for optimal control problems*. Numerical Algorithms, 2025. doi : 10.1007/s11075-025-02046-4.
- [3] N. Cîrdea, A. Münch. *Inverse problems for linear hyperbolic equations using mixed formulations*. Inverse Problems, **31(7)**, 075001, 2015. doi :10.1088/0266-5611/31/7/075001.

Contact : filippo.brunelli@sorbonne-universite.fr

Simulation numérique du mouvement d'un cylindre flottant dans le régime de Boussinesq

Geoffrey BECK, INRIA - Rennes Ewan CONTENTIN, IRMAR - Rennes
Ludovic MARTAUD, INRIA - Rennes

Nous étudions un cylindre de révolution, de rayon $R > 0$, de masse m , partiellement immergé dans un fluide, contraint à un mouvement vertical. Nous considérons les cas de dimension $d + 1$ où $d \in \{1, 2\}$ décrit la dimension du fluide, dans lequel il n'y a pas de vitesse azimutale. Cette situation donne lieu à une axisymétrie selon l'axe de révolution du cylindre. En particulier, le cas $d = 2$ se réécrit comme le cas $d = 1$ avec des composantes radiales sur $[0, +\infty)$. La différence entre la position du centre de masse du cylindre et sa position à l'équilibre est notée δ et satisfait le principe fondamental de la dynamique. Le comportement du fluide est décrit par le système d'équations de Boussinesq-Abbott linéaires, perturbation dispersive d'un système hyperbolique, où le paramètre dispersif $0 < \kappa < 1$ décrit la profondeur. La variable ζ décrit l'élévation de la hauteur du fluide.

Les domaines $[0, R)$ et $(R, +\infty)$ sont reliés par des conditions de transmission et nous avons montré dans [1] que le problème est équivalent à un problème sur $[R, +\infty)$ liant une EDP sur ζ sur $(R, +\infty)$ à une EDO en R sur $\lim_{r \rightarrow R^+} \zeta(r)$ et δ . En particulier, du fait de la dispersion, nous introduisons l'opérateur $\mathcal{R}\zeta$ défini comme la solution d'un problème elliptique dispersif prenant en argument ζ , et de condition de bord type Neumann homogène en $r = R$. Cette nouvelle formule dite *augmentée* permet de ramener l'intégralité du problème au calcul de ζ et de δ , couplés par le système d'équations :

$$\begin{cases} \kappa^2 \partial_{tt} \zeta + \zeta = \mathcal{R}\zeta + K(r/\kappa) \ddot{\delta} & r \geq R, \quad t > 0, \\ \tilde{m} \ddot{\delta} = \mathcal{R}\zeta - \delta, \quad \mathcal{R}\zeta = \lim_{r \rightarrow R^+} \mathcal{R}\zeta(r) & t > 0, \end{cases} \quad (1)$$

où K se comporte comme une couche limite proche de R , et $\tilde{m} > m$ dépend de m , R , et κ . Ce système permet ensuite de reconstruire toutes les autres variables du problème.

L'étude de ce problème convient en particulier à la situation du retour à l'équilibre, consistant à lâcher le solide d'une hauteur initiale dans un fluide au repos. Dans ce cas nous montrons dans [1] que δ appartient à H^2 et décroît en particulier plus lentement que $t^{-1/2}$. De plus, dans ce cas, nous faisons une approche numérique du problème.

Pour simuler ce problème, la première étape de l'étude est la discrétisation de l'opérateur \mathcal{R} , qui se fait par des méthodes de résolutions classiques de problèmes elliptiques. Cependant, la présence de κ introduit un problème d'échelle, et impose en particulier que $\Delta x \lesssim \kappa$. Nous calculons alors les mises à jour de ζ et δ grâce à une discrétisation temporelle de (1). Grâce à la discrétisation de \mathcal{R} , le rayon spectral de l'opérateur $Id - \mathcal{R}$ est strictement plus petit que 1, ce qui donne lieu à une CFL de type EDO $\Delta t \lesssim \kappa$. Bien que cette méthode soit avantageuse du point de vue des CFL ne liant pas Δt à Δx , cela rend les simulations pour des petites valeurs de κ coûteuses.

Pour outrepasser cet inconvénient nous considérons un schéma dit *spectral*, où nous appliquons la transformée de Fourier \mathcal{F}_{\cos} au système (1). Ainsi nous pouvons obtenir $\mathcal{F}_{\cos}(\zeta)$ et δ en tout temps grâce à un schéma exponentiel en explicitant la donnée $\mathcal{R}\zeta - \delta$ dans (1). Ce schéma est coûteux du fait du calcul de $\mathcal{R}\zeta$, mais plus efficace, permettant de traiter κ très petit, avec peu d'approximation, et ne nécessite pas de discrétisation de l'espace.

[1] G.Beck, E.Contentin, L.Martaud. *Freely floating cylinder on a 3d fluid governed by the boussinesq equations in the axisymmetry without swirl case*, 2025.

An efficient second-order positivity-preserving IMEX finite volume scheme for compressible flows on staggered meshes.

Thomas HARBRETEAU, I2M – Aix-Marseille Université - Marseille
Raphaèle HERBIN, I2M – Aix-Marseille Université - Marseille
Jean-Claude LATCHE, LIE – ASNR - Cadarache

In this work, we present a positivity-preserving quasi-second order in space and time finite volumes scheme on staggered meshes for Navier-Stokes equations with simplified viscosity terms. This is an ongoing work that will be used by the LIE team at the Autorité de Sûreté Nucléaire et de Radioprotection (ASNR) in a LES solver for turbulence simulations.

The space discretization is a standard Finite Volume Method (FVM) on staggered meshes, and the time-stepping strategy is a 4-stages IMplicit-EXplicit (IMEX) Runge-Kutta method.

The inviscid part (the Euler equations) are discretized explicitly in time *via* a 4-stages Segregated Runge-Kutta (SRK) scheme. It is positivity preserving for the density and internal energy thanks to a flux limitation in-between intermediate Runge-Kutta steps derived from [1]. The limiter used is the Algebraic-MUSCL (A-MUSCL) algorithm [2]. It computes quasi-second order positivity preserving inter-cell values by projecting high-order (not positivity preserving) inter-cell approximations on a stability interval given by the values of adjacent cells. It is an easy-to-implement limiter that works well regardless of the space dimension.

The viscous terms are discretized implicitly in time *via* a 2-steps non-standard Diagonally Implicit Runge-Kutta method with first Explicit step (EDIRK), where even the last intermediate step has an implicit part. Numerical experiments show this helps reduce (even nullify) the stringent parabolic CFL associated to the explicit part of the EDIRK method. The viscous and diffusion terms are taken into account in only half the intermediate stages of the SRK method, reducing the computing costs associated to solving large systems.

This convoluted discretization yields the following benefits :

- positivity-preserving scheme,
- second-order in space and time,
- reduced computational cost compared to standard IMEX schemes.

One current issue of the scheme is a lack of stability when diffusion and viscosity are very small.

- [1] A. Ern, J.-L. Guermond. *Invariant-domain-preserving high-order time stepping : I. imex schemes*. SIAM Journal on Scientific Computing.
- [2] L. Piar, F. Babik, R. Herbin, J.-C. Latché. *A formally second order cell centered scheme for convection-diffusion equations on unstructured non-conforming grids*. International Journal for Numerical Methods in Fluids.

Contact : thomas.harbreteau@univ-amu.fr

Méthodes numériques pour des plasmas froids d'électrons hautement électromagnétisés

Josselin MASSOT, CMAP, École polytechnique - Palaiseau

Pichard TEDDY, CMAP, École polytechnique - Palaiseau
Reboul LOUIS, ONERA/DTIS - Palaiseau

Zoubair TAZAKKATI, CMAP, École polytechnique - Palaiseau

Nous étudions la dynamique d'un plasma d'électrons dans la région d'accélération d'un propulseur Hall, modélisé à l'aide d'un modèle aux gyromoments avec des paramètres multi-échelles. Dans cet exposé nous proposons et analysons des stratégies numériques pour la résolution de ce modèle. L'objectif est de construire un schéma cohérent, uniformément stable et *asymptotic-preserving* (AP) lorsque les paramètres multi-échelles tendent vers 0. Nous nous concentrerons sur une méthode IMEX pour traiter la raideur du système, couplé à une équation de Poisson modifiée pour préserver les propriétés AP et assurer la stabilité du schéma. Nous évoquerons également les difficultés pratiques : la grande dimension du système (9 équations), couplage hyperbolique-parabolique non-linéaire et complexité d'implémentation, mais le cadre proposé offre une voie exploitable vers des solveurs AP et uniformément stables pour ce système multi-échelle.

Contact : josselin.massot@polytechnique.edu

Mixed precision implicit numerical schemes for solving large systems of ordinary differential equations

Mouhamad AL SAYED ALI, IRMAR Univ. Rennes, Rennes, 35000, France - Rennes
Samuel BERNARD, Université Claude Bernard Lyon 1, ICJ UMR5208, Inria - Villeurbanne
Arsène MARZORATI, Inria Lyon, 69100, Villeurbanne, France - Villeurbanne
Jonathan ROUZAUD-CORNABAS, CITI, INSA Lyon, CNRS, Inria, Lyon, France - Lyon

On modern architectures, the performance of 32-bit (single precision) operations is often at least twice as fast as the performance of 64-bit (double precision) operations (see e.g. [2]). By using a combination of 32-bit and 64-bit floating point arithmetic (mixed precision), we can design numerical schemes that run faster and use less memory while limiting the loss of arithmetic precision due to the use of less precise numerical formats. Furthermore, future architectures will add more floating point precisions such as different types of 16-bit half precision. These new formats should be used in the future to further improve the performance of numerical schemes.

Here we study the use of mixed precision in solving large systems of ordinary differential equations (ODEs) using implicit schemes. These schemes, such as the implicit Euler, the Crank–Nicolson, and implicit Runge–Kutta, require at each integration step, the solution of a large nonlinear system. The nonlinear system is solved by the Newton method, which leads to a set of linear systems involving the Jacobian matrix of the ODE and which are solved by Krylov subspace methods. The convergence of the whole process relies on the quality of the initial solutions for both the Newton method and the linear systems. To improve global convergence, line search and trust region algorithms can be used to improve initial solutions.

We explore several mixed approaches for reducing the arithmetic precision in the resolution of the nonlinear system in order to accelerate the numerical solution of the ODE. These approaches combine the performance of lower precision arithmetic with the accuracy of higher precision arithmetic.

We have tested (see [1]) our results on several models, including the Neural Field model and a multiscale mathematical model for the regulation of the cell cycle by the circadian clock, which is relatively stiff. Numerical experiments show that our approach, running in either sequential or in parallel with MPI, is up to twice as fast as the double precision approach with same level of accuracy. These results also show that the implicit schemes running in single precision are up to two times faster than those in double precision, but they either fail to provide sufficient accuracy or diverge. However, our mixed precision schemes consistently remain convergent.

- [1] M. Al-Sayed-Ali, S. Bernard, A. Marzorati, J. Rouzaud-Cornabas. *Mixed-precision implicit numerical schemes for systems of ordinary differential equations*. Numerical Algorithms, **1(1)**, 2025.
- [2] N. J. Higham, T. Mary. *Mixed precision algorithms in numerical linear algebra*. Acta Numerica, **32**, 2022.

Contact : mouhamad.alsayedali@univ-rennes.fr

The Structural Method for Partial Differential Equations

Virgile BERTRAND, Inria, IRMA - Université de Strasbourg - CNRS UMR 7501 - Strasbourg

Raphaël CÔTE, IRMA - Université de Strasbourg - CNRS UMR 7501 - Strasbourg

Emmanuel FRANCK, Inria, IRMA - Université de Strasbourg - CNRS UMR 7501 - Strasbourg

Victor MICHEL-DANSAC, Inria, IRMA - Université de Strasbourg - CNRS UMR 7501 - Strasbourg

The order of convergence of Finite Difference methods is limited by the stencil size. For example, a 3-point scheme cannot be more than 2nd order accurate. Taking a larger stencil allows for higher order schemes, at the cost of lower spectral resolution and some special care for boundary points.

The Structural Method [2] overcomes those limitations by introducing state variables for the differential operators involved in the PDE. For example, if we consider a simple partial differential equation

$$\nu \partial_x u - \kappa \partial_{xx} u = f \quad (1)$$

The Structural Method introduces state variables $Z_i := u(x_i)$, $D_i := \partial_x u|_{x_i}$ and $S_i := \partial_{xx} u|_{x_i}$ and rewrite the (discretized) PDE as

$$\begin{cases} \nu D_i - \kappa S_i = f_i & \text{(PE)} \\ D_i = \frac{Z_{i+1} - Z_{i-1}}{2\Delta x} & \text{(SE1)} \\ S_i = \frac{Z_{i-1} - 2Z_i + Z_{i+1}}{\Delta x^2} & \text{(SE2)} \end{cases}$$

Written as such, the physics of the problem (PE) is local and does not depend on the underlying discretization. It also allows us to change the so-called "structural equations" (SE1) and (SE2), for example one could use the high order Combined Compact Difference Scheme [1], that reads

$$\begin{cases} 0 = -15 \frac{Z_{i+1} - Z_{i-1}}{(\Delta x)^2} + \frac{7D_{i+1} + 16D_i + 7D_{i-1}}{\Delta x} - (S_{i+1} - S_{i-1}) & \text{(SE1)} \\ 0 = 24 \frac{Z_{i+1} - 2Z_i + Z_{i-1}}{\Delta x^2} - 9 \frac{D_{i+1} - D_{i-1}}{\Delta x} + (S_{i+1} - 8S_i + S_{i-1}) & \text{(SE2)} \end{cases}$$

Thanks to the local information of the state variables, such a scheme is of order 6th while keeping a compact 3-point stencil, thus having nice spectral properties.

We are able to compute the coefficients of such equations as the kernel of a well chosen matrix. The extra degrees of freedom can also be used to enforce some physical constraint on the solution (e.g. $\text{div}(u) = 0$).

In the presentation, we will first introduce the structural method, comparing it to classical finite differences. We will then explain how to automatically compute the structural equations given a stencil and state variables. The properties of the structural method will finally be shown on a few simulations of hyperbolic PDEs (e.g. Advection, Burger's, Shallow water ...).

[1] P. C. Chu, C. Fan. *A three-point combined compact difference scheme*. Journal of Computational Physics, **140**(2), 370–399, 1998. doi :<https://doi.org/10.1006/jcph.1998.5899>.

[2] S. Clain, R. M. Pereira, P. A. Pereira, D. Lopes. *Structural schemes for one dimension stationary equations*. Applied Mathematics and Computation, **457**, 128207, 2023. doi :<https://doi.org/10.1016/j.amc.2023.128207>.

Contact : virgile.bertrand@inria.fr

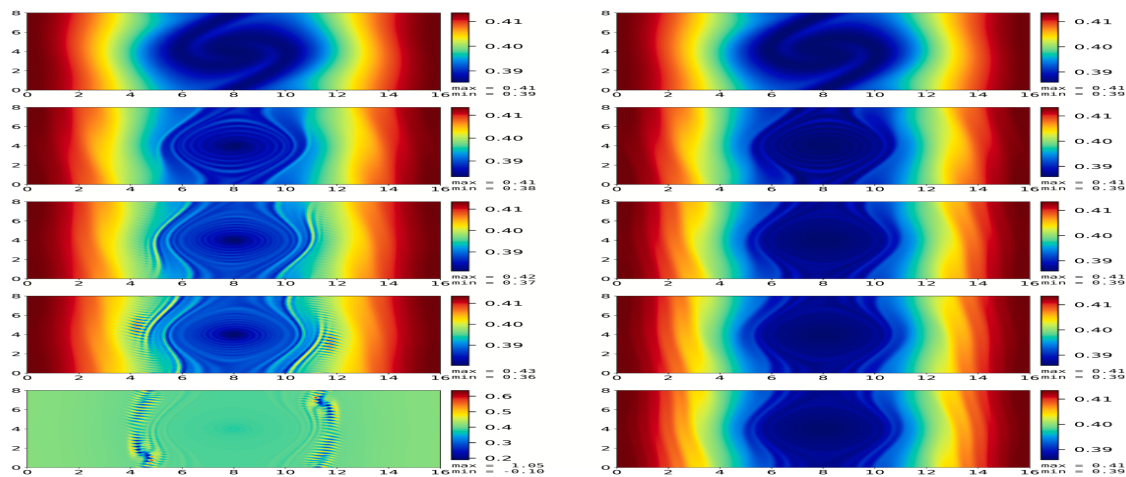
La méthode cascade pour l'équation de Vlasov

Chunyang XU, School of Mathematics, Harbin Institute of Technology - Harbin, China

Michel MEHRENERGER, Institut de Mathématiques de Marseille - Marseille

Chang YANG, School of Mathematics, Harbin Institute of Technology - Harbin, China

La méthode cascade [2], initialement proposée pour la modélisation atmosphérique, est une variante conservative de la méthode semi-Lagrangienne classique [3], permettant un transport semi-Lagrangien efficace, grâce à l'utilisation de remappings unidimensionnels successifs. Bien que largement utilisée dans les écoulements géophysiques, son application aux modèles de type Vlasov ne semble pas s'être développée, contrairement à d'autres méthodes conservatives. Ce travail [4] applique la méthode cascade à l'équation de Vlasov. Une analyse de consistance montre que le schéma atteint une précision spatiale du second ordre, l'erreur dominante provenant de l'approximation géométrique de la région rétropropagée. Des modifications de la méthode originale sont proposées pour la préservation du principe du maximum et des états constants, tout en gardant la conservation de la masse, une propriété qui était déjà recherchée dans un travail précédent [1]. Ces modifications permettent d'éviter la dégradation en temps long parfois observée pour la méthode originale, comme on le voit sur la figure ci-dessous.



Cascade (à gauche) - Cascade modifié (à droite)

- [1] A. Hamiaz, M. Mehrenberger, H. Sellama, E. Sonnendrücker. *The semi-Lagrangian method on curvilinear grids*. Communications in Applied and Industrial Mathematics, **7(3)**, 2016.
- [2] R. D. Nair, J. S. Scroggs, F. H. Semazzi. *Efficient conservative global transport schemes for climate and atmospheric chemistry models*. Monthly weather review, **130(8)**, 2059–2073, 2002.
- [3] E. Sonnendrücker, J. Roche, P. Bertrand, A. Ghizzo. *The semi-Lagrangian method for the numerical resolution of the Vlasov equation*. Journal of Computational Physics, **149(2)**, 201–220, 1999. doi :<https://doi.org/10.1006/jcph.1998.6148>.
- [4] C. Xu, M. Mehrenberger, C. Yang. *A conservative cascade semi-Lagrangian method for solving the Vlasov equation*. Journal of Computational Physics, **558**, 114847, 2026. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2026.114847>.

Contact : michel.mehrenberger@univ-amu.fr

Interpolation non linéaire pour des modèles réduits multiparamétriques

Michel BERGMANN, INRIA - Bordeaux Angelo IOLLO, INRIA - Bordeaux
 Mathias TRUEL, INRIA/Ingeliance - Bordeaux
 Gilles VOGT, Ingeliance - Bordeaux

Les méthodes de réduction de modèles sont généralement utilisées dans l'étude de problèmes faisant intervenir des équations aux dérivées partielles (EDP). Elles permettent de réduire les coûts de calcul, en particulier dans les contextes multiparamétriques. Cependant, ces méthodes reposent sur l'hypothèse que l'espace des solutions peut être approché par un sous-espace linéaire de faible dimension. Cette hypothèse n'est pas vérifiée pour les problèmes où la Kolmogorov n -width décroît lentement, par exemple les problèmes hyperboliques et les problèmes où des structures cohérentes apparaissent et sont transportées [1, 3].

Dans cet exposé, une méthodologie d'interpolation non linéaire basée sur des difféomorphismes paramétriques obtenus par minimisation sera présentée. Les difféomorphismes sont définis à l'aide de la Free-Form Deformation (FFD). La régularité de cette formulation permet d'obtenir un problème de recalage paramétrique. L'implémentation avec les bibliothèques JAX et Optax [2] permet la différenciation automatique et l'utilisation d'un solveur L-BFGS. Dans un exemple à deux champs, la figure 1 illustre les difféomorphismes construits pour obtenir une interpolation.

Associée aux méthodes de réduction de modèles usuelles, cette approche permet une meilleure approximation de l'espace des solutions en alignant les structures cohérentes pour des problèmes multiparamétriques.

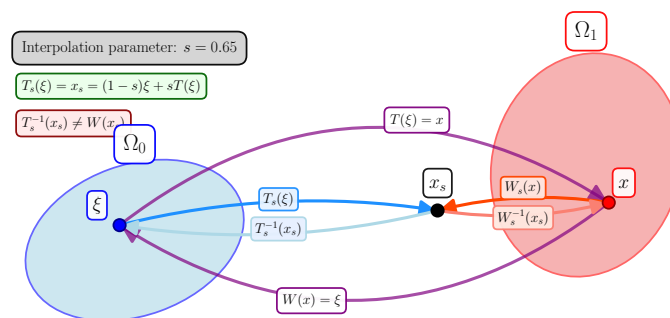


FIGURE 1 – Définition de deux difféomorphismes T et W entre deux domaines et introduction d'un paramètre d'interpolation s pour obtenir le point x_s .

- [1] S. Cucchiara, A. Iollo, T. Taddei, H. Telib. *Model order reduction by convex displacement interpolation*. Journal of Computational Physics, **514**, 113230, 2024. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2024.113230>.
- [2] DeepMind. *The DeepMind JAX Ecosystem*, 2020.
- [3] A. Iollo, D. Lombardi. *Advection Modes by Optimal Mass Transfer*. Research report, 2012.

Contact : mathias.truel@ingeliance.com

Analyse d'un système parabolique dégénéré modélisant la dynamique cellulaire au sein d'une crypte intestinale

Ahmad EL HAJJ, LMAC - Compiègne
 Mohamad EL HAJJ CHEHADE, LMAC - Compiègne
 Antoine ZUREK, LMAC - Compiègne

Dans cet exposé, nous présenterons un résultat d'existence de solutions (au sens faible) d'un système d'équations paraboliques dégénérées modélisant la dynamique de cellules au sein de cryptes intestinales. Une crypte est une invagination de l'épithélium intestinal constituée de différents types de cellules (souches (s), progénitrices (p), entérocytes (e) et cellules goblets (g)). Ces cellules sont essentielles au maintien de la barrière digestive et à son fonctionnement. Afin de mieux comprendre la dynamique de ces cellules au sein des cryptes, un modèle mathématique de type diffusion croisée a été proposé dans la littérature [1, 2].

Ce modèle s'écrit comme suit : On définit dans un premier temps les ensembles

$$\mathcal{E}_s := \{s\}, \quad \mathcal{E}_p := \{p, s\}, \quad \mathcal{E}_e := \{e, p\}, \quad \mathcal{E}_g := \{g, p\}, \quad \mathcal{T} := \{s, p, e, g\}.$$

L'évolution des densités ρ_s, ρ_p, ρ_e et ρ_g , ainsi que de la concentration en butyrate c_b , est alors modélisée, pour chaque $i \in \mathcal{T}$, par le système parabolique suivant :

$$\begin{aligned} \partial_t \rho_i - \partial_x(\rho_i \partial_x \rho) &= f_i(x, \rho, (\rho_j)_{j \in \mathcal{E}_i}, c_b), & \text{dans } \Omega \times (0, T), \\ \partial_t c_b - \sigma_b \partial_x^2 c_b &= \gamma \frac{c_b + c_b^d}{1 + c_b + c_b^d} (\rho_e + \rho_g), & \text{dans } \Omega \times (0, T), \end{aligned}$$

où $\rho = \sum_{i \in \mathcal{T}} \rho_i$ désigne la densité totale, $\Omega = (0, 1)$ et les termes sources f_i sont lipschitziens et modélisent la division, la différenciation ou l'extrusion des cellules.

L'objectif de cet exposé est de présenter ce modèle ainsi que la démonstration du théorème suivant :

Théorème 1 (voir [3]). *Sous certaines hypothèses, il existe des fonctions positives ρ_s, ρ_p, ρ_e et ρ_g telles que $\rho_i \in L^\infty(0, T; BV(\Omega))$ avec $\partial_t \rho_i \in L^2(0, T; (H^1)'(\Omega))$ pour tout $i \in \mathcal{T}$ et $\rho \in L^2(0, T; H^1(\Omega))$. De plus, il existe une fonction positive $c_b \in L^2(0, T; H)$ avec $\partial_t c_b \in L^2(0, T; H')$ dont H' désigne le dual de $H := \{c \in H^1(\Omega) : c(1) = 0\}$. Par ailleurs, pour tout $\varphi \in L^2(0, T; H^1(\Omega))$ et $i \in \mathcal{T}$, on a*

$$\int_{\Omega \times (0, T)} \partial_t \rho_i \varphi \, dx dt + \int_{\Omega \times (0, T)} \rho_i \partial_x \rho \partial_x \varphi \, dx dt = \int_{\Omega \times (0, T)} f_i(x, \rho, (\rho_j)_{j \in \mathcal{E}_i}, c_b) \varphi \, dx dt,$$

et pour tout $\psi \in L^2(0, T; H)$

$$\int_{\Omega \times (0, T)} \partial_t c_b \psi \, dx dt + \sigma_b \int_{\Omega \times (0, T)} \partial_x c_b \partial_x \psi \, dx dt = \gamma \int_{\Omega \times (0, T)} \frac{c_b + c_b^d}{1 + c_b + c_b^d} (\rho_e + \rho_g) \psi \, dx dt.$$

- [1] L. Darrigade. *Modélisation du dialogue hôte-microbiote au voisinage de l'épithélium de l'intestin distal*. Ph.D. thesis, Université Paris-Saclay, 2020.
- [2] L. Darrigade, M. Haghebaert, C. Cherbuy, S. Labarthe, B. Laroche. *A PDMP model of the epithelial cell turn-over in the intestinal crypt including microbiota-derived regulations*. J. Math. Biol., **84**(7), 67, 2022. doi :10.1007/s00285-022-01766-8. Id/No 60.
- [3] A. El Hajj, M. El Hajj Chehade, A. Zurek. *Analysis of a degenerate parabolic system for cell dynamics in intestinal crypts*, 2026. Hal-05530330.

Contact : mohamad.el-hajj-chehade@utc.fr

PINNs for structured population dynamics inference: Application to oocyte dynamics in fish ovaries

Louis FOSTIER, Sorbonne Université, Inria - MUSCLEES - Paris

Manon LESAGE, Institut Curie - Paris

Violette THERMES, INRAe LPGP - Rennes

Frédérique CLÉMENT, Centre Inria de Saclay - MUSCA - Palaiseau

Romain YVINEC, PRC INRAe - Tours

Population dynamics are often observed as distributions of individuals with respect to structuring variables such as size or age. The associated inverse problem consists of inferring the underlying vital rates (recruitment/birth, growth, and death), which are typically complex, nonparametric functions due to limited prior knowledge.

Physics-Informed Neural Networks (PINNs) provide a natural framework for such problems by combining neural networks as universal function approximators with mechanistic constraints encoded in differential equations. We present a novel application of PINNs to inverse problems for size-structured partial differential equation models with nonlocal interaction terms. Our goal is to describe early oocyte dynamics in juvenile fish ovaries, a key process determining lifelong reproductive capacity and regulated by hormonal feedback.

We develop a model describing the dynamics of precursor germ cells and growing oocytes structured by size and coupled through a hormone-mediated feedback regulating precursor cell renewal. Using repeated cross-sectional measurements of oocyte size distributions, we apply the PINN framework to infer nonparametrically the size-dependent oocyte growth rate, the time-dependent recruitment of new oocytes, and the regulated renewal rate of precursor cells.

The calibrated model reproduces experimental oocyte size distributions and provides *in silico* access to key biologically meaningful quantities that are not directly observable.

Details of this work can be founded in [1].

- [1] L. Fostier, M. Lesage, V. Thermes, F. Clément, R. Yvinec. *Data-driven PINN inference of oocyte dynamics in fish ovaries*, 2026. Working paper or preprint.

Contact : louis.fostier@inria.fr

A hyperelastic model for cardiac deformation applied to multimodal registration of MRI and optical mapping data

Yves COUDIÈRE, IMB, Inria Bordeaux, IHU Liryc - Talence, France
Joyce GHANTOUS, IMB, Inria Bordeaux, IHU Liryc - Talence, France

Michael LEGUÈBE, IMB, Inria Bordeaux, IHU Liryc - Talence, France

Keywords : nonlinear hyperelasticity ; cardiac mechanical modelling ; multimodal registration ; finite elements ; Newton's method ; Holzapfel–Ogden model.

Motivation. Understanding the relationship between cardiac structure and function requires combining different imaging modalities. In this context, magnetic resonance imaging (MRI) and optical mapping provide complementary information on the same cardiac tissue, but in two markedly different configurations. MRI gives access to the geometry and microstructural organization of the myocardium in its resting state, whereas optical mapping is performed on a stretched and flattened tissue sample and provides functional information. Establishing a **geometric mapping** between these two modalities therefore requires a model for the mechanical deformation undergone by the tissue.

Main idea. We describe this geometric transfer by a nonlinear elasticity problem posed on a reference domain Ω_0 , representing the resting configuration of the heart. More precisely, we seek a deformation

$$\varphi(x) = x + \mathbf{u}(x),$$

mapping Ω_0 onto the stretched configuration observed in the optical mapping experiment. The associated displacement field \mathbf{u} is obtained as a minimizer of the following total energy

$$\mathcal{E}(\mathbf{u}) = \underbrace{\int_{\Omega_0} W(\mathbf{u}) dx}_{\text{internal elastic energy}} - \underbrace{\int_{\Omega_0} \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} dx - \int_{\Gamma_N} \mathbf{g} \cdot \mathbf{u} ds}_{\text{external work}}$$

where \mathbf{f} denotes a body force, \mathbf{g} a boundary traction, and $\Gamma_N \subset \partial\Omega_0$ the part of the boundary on which traction is prescribed.

The stored energy density W is chosen of Holzapfel–Ogden type and is decomposed as

$$W = \underbrace{W_{\text{iso}}}_{\text{isochoric part}} + \underbrace{W_{\text{vol}}}_{\text{volumetric contribution}}$$

where the isochoric contribution accounts for non linearity and for transverse isotropy induced by the myocardial fiber architecture, while the volumetric term enforces near-incompressibility.

We present a first test case based on a conforming Lagrange finite element discretization on a two-dimensional annular geometry. The resulting nonlinear system is solved by Newton's method combined with a line-search procedure. This result suggests that the proposed framework is able to capture substantial deformations in a consistent way, which is encouraging for future applications to real experimental data.

Contact : joyce.ghantous@inria.fr

Some Equations from Neuroscience

Rieutord Clément

25 avril 2026

Abstract

The study of mathematical models of neurons is a relatively recent field, the first step of which consisted of modeling the evolution of the membrane potential of a single neuron. The development of these models spanned the entire 20th century, marked by major contributions such as the Integrate-and-Fire, Hodgkin-Huxley, and FitzHugh-Nagumo models.

In this talk, I will begin by briefly outlining the history of the various existing models, then I will present two PDE models applied to neuroscience : an age-structured equation and the Noisy Integrate-and-Fire model. Based on these models, I will also present mathematical tools useful for studying the asymptotic behavior of these equations, such as Doeblin's method and entropy dissipation techniques.

Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés

Quentin HOUSSIER, CMAP - Palaiseau

Baptiste DARBOIS-TEXIER, FAST - Orsay

Georges GAUTHIER, FAST - Orsay Loïc GOUARIN, CMAP - Palaiseau

Aline LEFEBVRE-LEPOT, CNRS, Centre Borelli - Gif Sur Yvette

Dans cet exposé, on s'intéresse à la simulation de milieux granulaires denses constitués de particules macroscopiques enduites d'un fluide visqueux. Ces systèmes mettent en jeu des interactions proches (lubrification par le fluide interstitiel et contacts solides) qui sont également au cœur de la physique des suspensions. Leur comportement macroscopique, illustré par exemple par les coulées de boue après un épisode pluvieux, demeure particulièrement complexe et encore mal compris.

La simulation numérique de ces systèmes constitue un outil clé pour comprendre ces phénomènes. La modélisation des contacts entre grains est déterminante, car elle induit des interactions singulières nécessitant des schémas numériques adaptés. On se place ici dans le cadre de la dynamique des contacts développée par J.J. Moreau, fondée sur l'analyse convexe non lisse.

De tels schémas ont été développés pour les contacts secs avec friction [1] et avec lubrification [2]. À chaque pas de temps, ils conduisent à la résolution d'un problème de minimisation sous contraintes convexes, où les forces de contact s'interprètent comme des multiplicateurs de Lagrange. Le passage au problème dual permet de les reformuler dans un cadre unifié, où les forces minimisent une même énergie discrète sous des contraintes dépendant du modèle considéré.

Des résultats expérimentaux montrent la nécessité de prendre en compte conjointement les effets de lubrification et les contacts frottants [3]. Dans ce cadre, nous proposons un modèle décrivant la transition entre régimes visqueux et solides, ainsi qu'un schéma numérique associé. La difficulté principale réside dans la non-régularité des variables gouvernant cette transition. On montre enfin que, dans le cas sans frottement, le schéma converge vers le modèle continu lorsque le pas de temps tend vers zéro.

Le problème incrémental (passage d'un pas de temps à l'autre) est un problème d'optimisation sous contrainte non classique : il se caractérise par la présence de contraintes non convexes induites par le modèle proposé. Celui-ci est résolu grâce à un algorithme de type gradient projeté accéléré couplé à un algorithme de point fixe. Dans cette présentation, on montrera que l'algorithme ainsi obtenu converge vers la solution du problème incrémental d'optimisation. Enfin, des simulations numériques viennent illustrer la convergence effective de l'algorithme et permettent de situer ses performances au regard d'approches existantes.

- [1] H. Bloch, A. Lefebvre-Lepot. *On convex numerical schemes for inelastic contacts with friction*. ESAIM : Proceedings and Surveys, **75**, 24–59, 2023.
- [2] A. Lefebvre. *Numerical simulation of gluey particles*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **43(1)**, 53–80, 2009.
- [3] H. Perrin, M. Wyart, B. Metzger, Y. Forterre. *Nonlocal effects reflect the jamming criticality in frictionless granular flows down inclines*. Physical Review Letters, **126(22)**, 228002, 2021.

Contact : quentin.houssier@polytechnique.edu

Minimisation d'énergie pour des condensats de Bose-Einstein en rotation via un schéma volumes finis

Robin ROUSSEL, Laboratoire Paul Painlevé - Université de Lille

Dans cet exposé, nous considérons le problème de minimisation de l'énergie de Gross-Pitaevskii

$$\mathcal{E}(u) = \int_{\mathcal{D}} (|\nabla u|^2 + V(x)|u|^2 - \Omega \bar{u} L_z u + \gamma |u|^4) dx, \quad (\text{E})$$

sous la contrainte $\|u\|_{L^2(\mathcal{D})} = 1$, où \mathcal{D} est un domaine de \mathbb{R}^2 , V est un potentiel confinant, $L_z = -i(x\partial_y - y\partial_x)$ est l'opérateur de moment angulaire, $\Omega \in \mathbb{R}$ est un paramètre de rotation, et $\gamma \geq 0$ décrit les interactions non linéaires d'un condensat de Bose-Einstein.

Après avoir introduit le modèle physique sous-jacent et présenté quelques propriétés mathématiques du modèle continu, nous nous intéresserons à une discrétisation de (E) par une méthode de type volumes finis. Nous commencerons par rappeler une discrétisation usuelle du Laplacien, avant de nous concentrer sur celle de l'opérateur L_z .

Nous énoncerons ensuite le théorème principal de notre contribution :

Théorème 1. *Soit \mathcal{M}_{h_n} une suite de maillages réguliers de diamètres h_n d'un domaine \mathcal{D} , avec $h_n \rightarrow 0$. Si u_n est un minimiseur de l'énergie discrétisée, alors $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge dans L^2 , à une sous-suite près, vers un minimiseur u_* de \mathcal{E} .*

Nous présenterons ensuite les idées principales de la preuve de ce résultat, avant d'illustrer celui-ci par des résultats numériques, permettant notamment de mettre en évidence la présence de vortex quantiques dans les minimiseurs de (E). Enfin, si le temps le permet, nous évoquerons le problème du calcul des minimiseurs discrets à l'aide d'une méthode de descente de gradient et donnerons un résultat de convergence locale.

Les travaux présentés dans cet exposé font l'objet d'un article en cours de rédaction par l'orateur en collaboration avec Quentin Chauleur et Guillaume Dujardin.

Parallélisation en espace-temps de l'équation de Landau-Lifshitz dans des réseaux de Nanofils ferromagnétiques.

Soré **SOUMAILA**, Laboratoire Jacques-Louis-Lions - Université de la Sorbonne
Stéphane **LABBE**, Laboratoire Jacques-Louis-Lions - Université de la Sorbonne

Résumé

Dans cet exposé, nous présenterons une méthode de parallélisation espace-temps, appelée PSWR, pour un modèle unidimensionnel de jonction dans des réseaux de nanofils ferromagnétiques. L'équation qui régit l'aimantation dans les réseaux de nanofils est l'équation de Landau-Lifshitz. Nous décomposons le réseau de nanofils en sous-réseaux, et pour chaque sous-réseau, le problème est résolu sur un nœud de calcul, le tout étant généré via MPI. Nous appliquons des conditions de transmission générales de type Robin entre les sous-réseaux connectés au même point de jonction afin d'assurer la continuité, ainsi que des conditions de type Kirchhoff entre les fils connectés au même point de jonction à l'intérieur de chaque sous-réseau. De telles structures apparaissent dans les nouveaux dispositifs de mémoire. Nous présentons également un schéma numérique adapté à la parallélisation espace-temps pour ce problème.

Références

- [1] Martin J. Gander. Optimized schwarz methods. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 44(2) :699–731, 2006.
- [2] Martin J. Gander and Laurence Halpern. Méthodes de décomposition de domaines – notions de base. *Techniques de l'Ingénieur*, 2012. Article de référence AF1375.
- [3] Martin J. Gander, Laurence Halpern, Stéphane Labbé, and Kévin Santugini-Repiquet. An optimized schwarz waveform relaxation algorithm for micro-magnetics. *Proceedings of Domain Decomposition Methods in Science and Engineering*, pages 204–210, 2007. Proceedings chapter formatted as article (source : provided PDF).
- [4] Martin J. Gander and Thibaut Lunet. Time parallel time integration, February 2024. Lecture notes, version of February 16, 2024.
- [5] Jacques-Louis Lions, Yvon Maday, and Gabriel Turinici. Résolution d'edp par un schéma en temps "pararéel". *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Série I, Mathématique*, 332(7) :661–668, 2001. HAL Id : hal-00798372.
- [6] Stéphane Labbé Sergiy M. Bokoch, Gilles Carbou and Stéphane Després. Circuits of ferromagnetic nanowires. *ANR project MOSICOF, ANR-21-CE40-0004. article soumis*, pages 1–24, 2023.

Numerical simulations of a quasilinear Gross–Pitaevskii equation with vanishing and nonvanishing conditions at infinity

Sebastián TAPIA, Centre Inria de l'Université de Lille, Laboratoire Paul Painlevé - Lille

We focus on the quasilinear Schrödinger equation

$$i\partial_t\Psi = \partial_{xx}\Psi + \mathfrak{s}\left(\Psi|\Psi|^2 + \kappa\Psi\partial_{xx}|\Psi|^2\right), \quad (\text{QGP})$$

where $\Psi : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ denotes the complex-valued wave function, $\kappa \in \mathbb{R}$ with zero and nonzero conditions at infinity. Here, κ is a parameter modulating the strength of the quasilinear contribution, and $\mathfrak{s} \in \mathbb{R}$ distinguishes between the focusing ($\mathfrak{s} > 0$) and defocusing ($\mathfrak{s} < 0$) regimes. This quasilinear model corresponds to a weakly nonlocal approximation of the nonlocal Gross–Pitaevskii equation, and can also be derived by considering the effects of surface tension in superfluids.

In the focusing case, the existence and stability of bright solitons were established in [2]. On the other hand, in the defocusing case with nonvanishing conditions at infinity, a complete classification of finite energy traveling waves has recently been done in [1], leading to the existence of dark solitons, even for supersonic speeds. However, the well-posedness of this quasilinear Schrödinger equation is an open problem in the energy space.

Our goal is to provide a numerical method based on a Crank-Nicolson scheme that preserves energy and mass to compute accurate approximations of the evolution of (QGP). We are particularly interested in studying the stability of bright solitons under collisions varying κ , a short-term blow-up in the defocusing case with zero background, and the stability of dark solitons. These simulations provide several conjectures about the dynamics of (QGP) in these different contexts.

- [1] André de Laire, E. Le Quiniou. *Exotic traveling waves for a quasilinear schrödinger equation with nonzero background*. *Nonlinear Analysis*, **265**, 114027, 2026. doi : <https://doi.org/10.1016/j.na.2025.114027>.
- [2] M. Colin, L. Jeanjean, M. Squassina. *Stability and instability results for standing waves of quasi-linear Schrödinger equations*. *Nonlinearity*, **23(6)**, 1353–1385, 2010. doi :10.1088/0951-7715/23/6/006.

Contact : sebastian.tapia@univ-lille.fr

Event-triggered control and observer design for infinite-dimensional systems

Nail BALOUL, CERMICS - Champs-sur-Marne

Lucie BAUDOIN, LAAS - Toulouse **Sylvain ERVEDOZA**, IMB - Bordeaux

Amaury HAYAT, CERMICS - Champs-sur-Marne

Thibault LIARD, XLIM - Limoges **Pierre LISSY**, CERMICS - Champs-sur-Marne

We investigate event-triggered observer design for infinite-dimensional dynamical systems governed by partial differential equations.

We consider a class of linear systems for which a Luenberger-type observer is available and propose a dynamic event-triggering mechanism that determine when the control input should be updated.

Unlike approaches that rely on state-dependent triggering rules, our conditions are formulated using the observer state only, making them implementable in practice when full-state measurements are unavailable.

The dynamic rule incorporates an internal variable that provides additional flexibility in preventing event accumulation.

Under suitable assumptions, we prove exponential stability of the closed-loop system and we give sufficient conditions for the triggering times not to accumulate on finite-time horizon excluding Zeno behaviour.

Furthermore, the operator generating the system dynamics is not assumed to be skew-adjoint, which broadens the applicability of our approach to systems with quasi-dissipative or non-conservative behaviour.

Beyond the theoretical contribution, we mention how these results provide a natural and efficient tool for real-time state reconstruction and control of large-scale dynamical systems, in particular transportation networks.

Contact : nail.baloul@enpc.fr

Non-commutativité en transport non local

Vincent BOULARD, CERMICS/LJLL - Paris/Marne-la-Vallée

Amaury HAYAT, CERMICS - Marne-la-Vallée

Benedetto PICCOLI, Department of Mathematical Sciences Rutgers University - Camden

Emmanuel TRÉLAT, LJLL - Paris

La modélisation de la dynamique de grandes populations d'agents en interaction constitue un enjeu central en mathématiques appliquées, avec des applications allant du contrôle multi-agents à la dynamique d'opinion en passant par la modélisation du trafic. Un cadre naturel pour décrire l'évolution de la distribution spatiale de ces agents est celui de l'équation de continuité non locale résultant d'une *limite de champ moyen*, de la forme

$$\partial_t \mu_t + \operatorname{div}(b(\cdot, \mu_t) \mu_t) = 0, \quad (1)$$

où $\mu_t \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}^d)$ représente la distribution de la population à l'instant t et $b : \mathbb{R}^d \times \mathcal{P}_2(\mathbb{R}^d) \rightarrow \mathbb{R}^d$ est un champ de vecteurs non local, c'est-à-dire dépendant de la mesure elle-même. Ce type d'équation intervient de manière fondamentale dans la théorie du contrôle optimal en champ moyen [2] ainsi que dans le cadre plus général des équations différentielles de mesures (MDE) introduites dans [3], qui permettent une description unifiée de phénomènes de transport, diffusion et concentration à vitesse finie.

En dimension finie, un outil classique pour étudier la commutativité des flots d'équations différentielles ordinaires est le *crochet de Lie* de deux champs de vecteurs $X, Y \in C^\infty(\mathbb{R}^d; \mathbb{R}^d)$:

$$[X, Y](x) = DY(x) \cdot X(x) - DX(x) \cdot Y(x).$$

Le théorème classique affirme que les flots Φ_t^X et Φ_s^Y commutent si et seulement si $[X, Y] \equiv 0$. Ce résultat est un ingrédient essentiel en théorie du contrôle géométrique, où il sous-tend notamment le théorème de Chow–Rashevskii sur la contrôlabilité des systèmes affines [1].

Dans cet exposé, nous nous intéresserons à la question suivante : comment définir une notion pertinente de crochet de Lie pour des champs de vecteurs non locaux de la forme $b(x, \mu)$, et comment relier cette notion à la commutativité des flots associés à l'équation (1) ? Nous présenterons une nouvelle définition de crochet de Lie adaptée à ce cadre, qui généralise la notion classique et prend en compte la dépendance en mesure du champ de vecteurs via le calcul différentiel de Lions sur $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}^d)$. Nous discuterons les perspectives que cette construction ouvre pour le contrôle de systèmes limite de champ moyen.

- [1] A. A. Agrachev, Y. L. Sachkov. *Control Theory from the Geometric Viewpoint*, vol. 87 of *Encyclopedia of Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, Berlin, 2004. doi :10.1007/978-3-662-06404-7.
- [2] B. Bonnet, H. Frankowska. *Differential inclusions in Wasserstein spaces : The Cauchy–Lipschitz framework*. Journal of Differential Equations, **271**, 594–637, 2021. doi :10.1016/j.jde.2020.08.031.
- [3] B. Piccoli. *Measure differential equations*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, **233(3)**, 1289–1317, 2019. doi :10.1007/s00205-019-01379-4.

Contact : vincent.boulard@enpc.fr

Méthode numérique basée sur le contrôle optimal pour résoudre des problèmes de transmission avec coefficients changeant de signe

Farah CHAABAN, Équipe SERENA, Inria - Paris

Patrick CIARLET, Équipe POEMS, UMA - Palaiseau

Mahran RIHANI, Équipe POEMS, UMA - Palaiseau

Certains matériaux électromagnétiques, appelés matériaux négatifs (tels que les métaux ou les métamatériaux), présentent une permittivité diélectrique et/ou une perméabilité magnétique négative. Nous nous intéressons à l'approximation numérique de problèmes de transmission dans un domaine borné constitué d'un matériau négatif inclus dans un matériau classique.

Le caractère bien posé de ces problèmes dépend à la fois de la régularité et de la géométrie de l'interface entre les matériaux, ainsi que du contraste entre les coefficients de la partie principale de l'opérateur de part et d'autre de cette interface.

La résolution numérique de tels problèmes est d'un grand intérêt pour les applications, mais les méthodes existantes présentent certaines limitations. Dans ce travail, nous proposons une nouvelle approche pour la résolution numérique de ces problèmes, reposant sur une reformulation en un problème de contrôle optimal.

Contrairement aux approches existantes, la convergence de la méthode proposée est garantie sans imposer aucune condition sur la régularité de la solution ni sur le maillage.

L'efficacité de la méthode est illustrée par plusieurs expériences numériques, mettant en évidence sa convergence.

Contact : farah.chaaban@inria.fr

Online parameter reconstruction for bilinear control systems with applications to MRI

Ivan HASENOHR, Institut für Mathematik, AAU - Klagenfurt, Austria
Barbara KALTENBACHER, Institut für Mathematik, AAU - Klagenfurt, Austria

We are interested in a parameter reconstruction problem emerging from MRI applications : consider a bilinear parabolic PDE of the form $\dot{z}^* + H_0(\theta^*, z^*) + C(q, z^*) = H_1\theta^*$, where the state $z^*(t, x)$ is subject to the action of a control $q(t, x)$ and of an unknown time-independent parameter $\theta^*(x)$. Assuming partial state observations, we aim at reconstructing the parameter $\theta^*(x)$.

To do so, we introduce an online reconstruction method in the spirit of the works of Baumeister et al. [1] and Kügler et al. [2] : considering on time-dependent state and parameter estimates $z(t, x)$ and $\theta(t, x)$ evolving under the combined action of observation-based numerical controls and of a carefully designed physical control $q^*(t, x)$, we prove their convergence towards the true state and parameters.

The setting described above comprises a model based quantitative MRI setting, where one seeks to reconstruct spin density and relaxation times in the Bloch(-Torrey) equation with the pulse sequence as a control.

This research was funded in whole or in part by the Austrian Science Fund (FWF) 10.55776/F100800, and is joint work with Barbara Kaltenbacher.

- [1] J. Baumeister, W. Scondo, M. Demetriou, I. Rosen. *On-line parameter estimation for infinite-dimensional dynamical systems*. SIAM Journal on Control and Optimization, **35**, 678–713, 2006. doi :10.1137/S0363012994270928.
- [2] R. Boiger, B. Kaltenbacher. *An online parameter identification method for time dependent partial differential equations*. Inverse Problems, **32(4)**, 045006, 2016. doi :10.1088/0266-5611/32/4/045006.

Contact : ivan.hasenohr@math.cnrs.fr

Simulations micromagnétiques et parallélisation GPU de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert stochastique

Matthieu BOILEAU, IRMA UMR 7501, INRIA MACARON - Strasbourg

Raphaël CÔTE, IRMA UMR 7501 - Strasbourg

Clémentine COURTÈS, IRMA UMR 7501, INRIA MACARON - Strasbourg

Paul-Antoine HERVIEUX, IPCMS UMR 7504 - Strasbourg

Giovanni MANFREDI, IPCMS UMR 7504 - Strasbourg

Lauriane TURELIER, IRMA UMR 7501 - Strasbourg

L'intérêt pour les nano-objets ferromagnétiques (nanofils, nanocouches) est en forte croissance du fait de leur intégration dans les dispositifs de stockage d'information. La prédiction de leur dynamique à l'échelle mésoscopique nécessite des outils de simulation numérique précis et performants. Dans ce travail, l'influence de la température sur les propriétés magnétiques fondamentales de ces objets est étudiée, en particulier la dépendance de la température de Curie (T_C) à la taille du système.

Le modèle continu sous-jacent repose sur l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG). Pour y intégrer les fluctuations thermiques, un champ magnétique stochastique (bruit blanc) dont la variance est proportionnelle à la température est ajouté au champ effectif. Une difficulté numérique majeure de cette approche réside dans la forte dépendance des résultats vis-à-vis du pas d'espace Δx : les fluctuations agissant physiquement à l'échelle atomique (a_{eff}), une implémentation naïve sur un maillage de taille supérieure mène à des températures de Curie erronées. Ce problème d'homogénéisation est résolu par une méthode de redimensionnement de la température par un facteur $\Delta x/a_{\text{eff}}$. Cette stratégie, décrite dans [1], permet de retrouver des valeurs de T_C macroscopiques indépendantes du maillage et d'identifier la loi de puissance régissant les effets de taille finie pour des géométries 1D et 2D, avec un exposant critique $\lambda \approx 2$, une valeur proche des résultats théoriques et expérimentaux.

La résolution de l'équation de LLG stochastique en 3D requiert des temps d'intégration longs pour atteindre l'équilibre thermodynamique, ce qui représente un défi calculatoire. Pour y répondre, le code LLG3D, un solveur écrit en Python, a été développé. Dans [1], une première stratégie de parallélisation en décomposition de domaine a été mise en œuvre, permettant d'exploiter efficacement les ressources de calcul de type CPU multicœurs. Afin de repousser les limites de temps de simulation, une implémentation sur GPU a été réalisée au moyen de la bibliothèque OpenCL, ce qui ouvre la voie à l'étude statistique de systèmes magnétiques instationnaires.

Cet exposé présente l'approche numérique adoptée pour résoudre l'équation de LLG stochastique, les résultats obtenus pour la dépendance de T_C à la taille du système dans des nanofils et nanocouches, ainsi que les différentes étapes d'optimisation du code : du script Python initial à l'implémentation parallèle CPU, puis à l'implémentation GPU.

- [1] C. Courtès, M. Boileau, R. Côte, P. A. Hervieux, G. Manfredi. *Micromagnetic simulations of the size dependence of the Curie temperature in ferromagnetic nanowires and nanolayers*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, **598**, 172040, 2024. doi :10.1016/j.jmmm.2024.172040.

Contact : matthieu.boileau@cnrs.fr

Problème d'assignation aléatoire euclidienne pour le recalage d'images satellites

Matteo D'ACHILLE, IECL - Metz Jessie LEVILLAIN, CNES - Toulouse
Thomas QUARCK, IMO - Orsay

Nous nous intéressons ici à un problème de transport optimal discret, d'un point de vue probabiliste : Étant donnée une grille, nous souhaitons suivre la dynamique de $n \in \mathbb{N}$ (avec n grand) agents identiques, matérialisant le contour \mathcal{C} d'un objet vu par un satellite. Ces n points sur \mathcal{C} sont modélisés au temps t par une famille de points bleus, $\mathcal{B} = \{b_i\}_{i=1}^n$. Les mêmes n points sur \mathcal{C} à un autre temps fixé $t' > t$ sont modélisés par des points rouges $\mathcal{R} = \{r_i\}_{i=1}^n$. Les ensembles \mathcal{B} et \mathcal{R} sont deux processus ponctuels indépendants de loi Binom(ν, n) (ν est le désordre définie sur un espace métrique \mathcal{M}). Pour chaque permutation π de \mathcal{B} dans \mathcal{R} , l'énergie de la configuration est caractérisée par le hamiltonien aléatoire $\mathcal{H}(\pi)$ qui dépend de la distance D à un certain exposant p associée à l'espace métrique \mathcal{M} . Que dire sur la loi de l'Hamiltonien minimal $\mathcal{H}_{opt} := \mathcal{H}(\pi_{opt}) = \min_{\pi \in \mathcal{S}_n} \mathcal{H}(\pi)$ en fonction de l'espace métrique, de p et de ν ? Ce problème de minimisation est appelé problème d'affectation aléatoire euclidien (ERAP, pour *Euclidean Random Assignment Problem*).

Dans le cas particulier d'étude d'objets fixes seulement soumis au bruit d'acquisition et au décalage du satellite, on introduira un modèle unidimensionnel dans lequel on pourra estimer la probabilité que $\pi_{opt} = id$ en fonction des paramètres du modèle (bruit, vitesse de déplacement du satellite, nombre de points). Les résultats théoriques seront complétés par des simulations numériques, qui mesureront également la qualité de l'affectation (rapport entre le nombre de points correctement appariés et le nombre total de points bleus).

Contact : jessie.levillain@cnes.fr

Analyse de sensibilité pour les problèmes d'interaction fluide–structure

Nathalie NOUAIME, Université Paris-Saclay, CEA, Service de Thermo-hydraulique et de Mécanique des Fluides - 91191 Gif-sur-Yvette, France.

Maria Adela PUSCAS, Université Paris-Saclay, CEA, Service de Thermo-hydraulique et de Mécanique des Fluides - 91191 Gif-sur-Yvette, France.

L'analyse de sensibilité constitue un outil fondamental pour l'étude des systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles dépendant de paramètres. Elle vise à caractériser la variation des solutions par rapport à des perturbations des données du modèle, et joue un rôle central en quantification d'incertitudes, en optimisation et en analyse de robustesse.

Dans ce travail, nous développons un cadre d'analyse de sensibilité pour des problèmes d'interaction fluide–structure formulés dans le cadre de l'approche Arbitrary Lagrangian–Eulerian (ALE), couramment utilisée pour traiter des domaines de calcul mobiles et déformables. La méthodologie proposée est basée sur la méthode directe de sensibilité, qui consiste à différencier les équations gouvernantes par rapport aux paramètres incertains [4]. Dans une première étape, nous nous concentrons sur l'analyse de sensibilité paramétrique, en supposant que les paramètres incertains n'affectent pas la géométrie. Les équations de sensibilité résultantes sont dérivées de manière cohérente et discrétisées à l'aide d'un schéma volumes–éléments finis (VEF) [1]. Cette stratégie de discrétisation est implémentée dans le code industriel open source TrioCFD, développé par le CEA. La méthode VEF est largement utilisée pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles et garantit la conservation locale de la masse, une propriété particulièrement cruciale pour un couplage fluide–structure précis.

Dans une seconde étape, le cadre proposé est étendu à l'analyse de sensibilité de forme, où les paramètres incertains influencent directement la géométrie du domaine de calcul. L'analyse de sensibilité de forme [3] dans le contexte des formulations d'interaction fluide–structure basées sur l'approche ALE a été rarement étudiée dans la littérature [2] et représente un défi théorique et numérique important. Le présent travail met en évidence l'importance de cette extension et propose une nouvelle formulation pour cette classe de problèmes couplés. Enfin, plusieurs cas tests numériques sont présentés afin de valider l'approche proposée et d'évaluer ses performances par comparaison avec d'autres méthodes d'analyse de sensibilité.

- [1] M. Adela Puscas, P.-E. Angeli, N. Nouaime, E. Jamelot. *Description and convergence order analysis of the finite element-volume spatial discretization method*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, **97(9)**, 1189–1208, 2025.
- [2] R. A. Canfield, D. A. Sandler. *Continuum shape sensitivity analysis for aeroelastic gust using an arbitrary lagrangian-eulerian reference frame*. In *2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, p. 1206, 2018.
- [3] R. Duvigneau, D. Pelletier. *A sensitivity equation method for fast evaluation of nearby flows and uncertainty analysis for shape parameters*. International Journal of Computational Fluid Dynamics, **20(7)**, 497–512, 2006.
- [4] C. Fiorini, B. Després, M. A. Puscas. *Sensitivity equation method for the navier-stokes equations applied to uncertainty propagation*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, **93(1)**, 71–92, 2021.

Contact : nathalie.nouaime@cea.fr

Modélisation 3d-1d de structures fines actives dans un fluide visqueux

Astrid DECOENE, IMB - Talence Sébastien MARTIN, MAP5 - Paris
Tom ROUX, IMB - Talence

Ce travail vise à mieux comprendre les interactions entre des structures actives élancées et un fluide visqueux dans le cadre du transport mucociliaire. Un modèle d'élasticité 1D a été développé pour les cils actifs : l'activité est modélisée de façon phénoménologique à l'aide d'un terme de contrôle sur la courbure issu de données biologiques dans [2] tandis que la force hydrodynamique est approchée à l'aide de développements asymptotiques comme la Resistive Force Theory [3]. Les effets collectifs sont pris en compte via la vitesse du fluide calculée en résolvant les équations de Stokes, d'abord en 3D pour un petit nombre de cils puis avec une version moyennée de ces équations lorsque ceux-ci sont nombreux [1]. Une étude des simulations numériques a également été menée afin d'estimer l'impact des différents paramètres du modèle sur le mouvement des cils.

- [1] A. Decoene, S. Martin, C. Méziane. *3d simulation of active thin structures in a viscous fluid and application to mucociliary transport*. Math. Model. Nat. Phenom., **19**, 12, 2024. doi : 10.1051/mmnp/2024010.
- [2] G. Fulford, J. Blake. *Mucociliary transport in the lung*, *Journal of Theoretical Biology*. Journal of Theoretical Biology, **121**(4), 381–402, 1986. doi :10.1016/S0022-5193(86)80098-4.
- [3] J. Gray, G. J. Hancock. *The propulsion of sea-urchin spermatozoa*. The Journal of Experimental Biology, **32**, 802–814, 1955.

Contact : tom.roux@math.u-bordeaux.fr

On the analysis and numerical solving of a fluid-structure toy problem.

Marcela SZOPOS, MAP5 - Paris Sébastien MARTIN, MAP5 - Paris
Mélain ZINSOU, MAP5 - Paris Stéphanie SALMON, LMR - Reims

Fluid–structure interaction problems arise in many fields, for instance in physiological flows such as airflow in deformable bronchi or blood flow in arteries. In this work, we consider a simplified “toy” fluid–structure interaction problem. We study the flow of an incompressible, viscous, Newtonian, and homogeneous fluid, described by the Stokes equations, in a domain where one wall is mobile. The motion of this wall is governed by a spring and by the hydrodynamic force exerted by the fluid.

The aim of this work is to present the modeling of this problem, as well as some theoretical results (equilibrium position, stability, invariance, well-posedness, etc.) and numerical results (discretization methods, simulations, etc.). The existence of a weak solution to this model has been established using an approach introduced in [1] and further developed in [2].

We also discuss several open questions and possible directions for future research.

- [1] B. Muha, S. Čanić. *Existence of a weak solution to a nonlinear fluid–structure interaction problem modeling the flow of an incompressible, viscous fluid in a cylinder with deformable walls*. Archive for rational mechanics and analysis, **207(3)**, 919–968, 2013.
- [2] B. Muha, S. Čanić. *Existence of a solution to a fluid–multi-layered-structure interaction problem*. Journal of Differential Equations, **256(2)**, 658–706, 2014.

Contact : sagbo-melain.zinsou@u-paris.fr

Session posters 1 : Posters et apéro de bienvenue	170
---	-----

Simulation tools for Kerr combs generation in Fabry-Perot resonators

Mouhamad AL SAYED ALI, IRMAR - F-35000 Rennes

Stéphane BALAC, IRMAR - F-35000 Rennes

Kerr frequency combs refer to a laser source whose spectrum consists of a series of discrete, equally spaced frequency lines, which are generated in an optical resonator from a continuous wave pump laser by Kerr nonlinearity. Our study concerns Fabry-Perot (FP) resonators formed by an optical fiber (centimeters long) bounded at each end by multi-layer dielectric mirrors.

A model to simulate light-wave propagation in a FP resonator in the context of Kerr comb generation relies on the Lugiato-Lefever equation (LLE) with an unknown ψ related to the slowly varying electric field envelope. This nonlinear Schrödinger equation with damping, detuning, and driving force reads

$$\frac{\partial \psi}{\partial t}(z, t) = -i \frac{\beta}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}(z, t) - (1 + i\alpha) \psi(z, t) + i \psi(z, t) \left(|\psi(z, t)|^2 + \frac{1}{L} \int_{-L}^L |\psi(\zeta, t)|^2 d\zeta \right) + F \quad (1)$$

where $z \in]-L, L[$ refers to the space variable, t is a local time and the constant unit-less parameters are $F > 0$ the amplitude of the laser pump, β the cavity group velocity dispersion (GVD) parameter and α the cavity phase detuning of the laser pump. The LLE (1) is to be considered together with periodic boundary and initial conditions.

We have developed several numerical tools to simulate Kerr comb generation in FP resonator by solving LLE (1) using different numerical approaches. A Split-Step method has been implemented to solve the LLE (1) whose efficiency relies on the exact solving of both the linear and the non-linear problems involved in the splitting [2]. In practice, LLE solutions are strongly sensitive to the initial condition and only solutions that become stationary give rise to frequency combs. Thus, we have also implemented a collocation method to solve the stationary LLE [3]. Finally, to mimic the experimental way frequency combs are caught by tuning some of the parameters, we have used a pseudo-arc-length numerical continuation method from the onsets of bifurcations branches on the trivial branch of solutions, with either F or α as bifurcation parameter. Details on these simulation tools and the underlying numerical methods can be found in [1].

A point of practical interest for physicists is the effects of small fluctuations of the amplitude of the laser pump, and more generally the effects of environmental noise, on the intrinsic characteristics of the frequency combs. Such a study which requires a large amount of simulation data for a statistical analysis has led us to resort to parallel computing. Namely, using Fortran for the core numerical implementation together with MPI to distribute the computational workload across multiple processors, significantly accelerates the numerical simulations and enables efficient large-scale statistical analyses. The simulations were executed in either sequential or parallel mode on the GRID5000 computing infrastructure (www.grid5000.fr).

This work is undertaken in the framework of the ANR project COMBY (Advanced optical Kerr combs and microwave generation in fibered Fabry-Perot resonators) led by LAAS-Toulouse.

- [1] M. Al Sayed Ali, *et al.* *Numerical simulation of Lugiato-Lefever equation for Kerr combs generation in Fabry-Perot resonators*, 2025, hal.science/hal-04880490.
- [2] S. Balac. *S3F4LLE : a Matlab solver for the Lugiato-Lefever equation in the dynamic regime*, 2022, hal.science/hal-04662404.
- [3] S. Balac. *COLLE : a Matlab toolbox for solving the Lugiato-Lefever equation in the stationary regime*, 2023, hal.science/hal-04318809.

Contact : mouhamad.alsayedali@univ-rennes.fr

Long-time numerical simulation of the wave equation in heterogeneous media

Yann BOUCHEREAU, ENPC, IPP, CNRS, MATHERIALS project-team, Inria - Paris
Frédéric LEGOLL, ENPC, IPP, CNRS, MATHERIALS project-team, Inria - Paris

The wave equation in heterogeneous media models propagation in environments with material properties that vary at a fine scale. It arises for instance in geophysics and acoustics. The equation writes

$$\partial_{tt}u^\varepsilon(t, x) = \nabla_x \cdot (a^\varepsilon(x)\nabla u^\varepsilon(t, x)) \quad \text{in } (0, T] \times \Omega, \quad (1)$$

where a^ε is the tensor that represents the medium and Ω is an open bounded subset of \mathbb{R}^d . The scalar parameter $\varepsilon > 0$ is the characteristic length of the variation of a^ε in space. In the multiscale regime, we assume that $\varepsilon \ll |\Omega| = 1$. In the periodic case, classical homogenization theory [4] provides an effective description for final times T independent of ε .

From a numerical standpoint, accurately approximating solutions to such PDEs with standard methods such as finite element methods (FEM) requires a mesh size $H \ll \varepsilon$ to resolve the oscillations of the coefficients. This results in large linear systems whose resolution becomes computationally prohibitive as ε becomes asymptotically small. Thus the need for alternative methods based on the homogenization paradigm.

For large times, typically of order ε^{-2} , even the homogenization based approach fails. The simulation is challenging and requires the addition of dispersive corrective terms [1, 2].

This talk is devoted to the construction of a numerical approach (inspired from multiscale finite element methods [6, 5]) for the simulation of the wave equation in heterogeneous media *over long times*.

The approach is a combination of the construction of local basis functions for the spectral problem associated with the dynamics, and a Richardson extrapolation to better capture the fine scale behavior [3]. The results show that the method allows for an economical simulation over the long times and also improves on the accuracy of existing methods for the simulation over shorter times. The performance carries over to non-periodic media.

The work is joint with Claude Le Bris and is partly supported by the Office of Naval Research under Grant N00014-25-1-2299.

- [1] A. Abdulle, T. Pouchon. *A priori error analysis of the finite element heterogeneous multiscale method for the wave equation over long time*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **54(3)**, 1507–1534, 2016.
- [2] G. Allaire, A. Lamacz-Keymling, J. Rauch. *Crime pays; homogenized wave equations for long times*. Asymptotic Analysis, **128(3)**, 295–336, 2022.
- [3] Y. Bouchereau. Ph.D. thesis, Institut polytechnique de Paris, 2028. In preparation.
- [4] S. Brahim-Otsmane, G. A. Francfort, F. Murat. *Correctors for the homogenization of the wave and heat equations*. Journal de mathématiques pures et appliquées, **71(3)**, 197–231, 1992.
- [5] E. T. Chung, Y. Efendiev, W. T. Leung. *Generalized multiscale finite element methods for wave propagation in heterogeneous media*. Multiscale Modeling & Simulation, **12(4)**, 1691–1721, 2014.
- [6] Y. Efendiev, T. Y. Hou. *Multiscale finite element methods : theory and applications*. Springer Science & Business Media, 2009.

Contact : yann.bouchereau@enpc.fr

Développement d'un schéma unifié pour simuler les écoulements multi-espèces réactifs pour la rentrée atmosphérique

Tom CHAUVEAU, ONERA - Toulouse

Hugues DENIAU, ONERA - Toulouse

Julien MATHIAUD, Université de Rennes - Rennes

Yann DAUVOIS, ONERA - Toulouse

Lors d'une rentrée atmosphérique depuis la très haute altitude jusqu'au sol, la densité de l'atmosphère augmente progressivement tandis que la vitesse de l'objet décroît, induisant une transition progressive du régime moléculaire libre vers le régime continu. Cette évolution est classiquement caractérisée par le nombre de Knudsen Kn , défini comme le rapport entre le libre parcours moyen des molécules et une longueur caractéristique du véhicule de rentrée. La simulation numérique de ces écoulements multi-régimes constitue un défi majeur.

Dans ce contexte, les schémas cinétiques unifiés du type UGKS [1, 4] (*Unified Gas Kinetic Scheme*) sont construits pour capturer la physique multi-échelles (des échelles microscopiques aux échelles macroscopiques) par l'utilisation de la solution intégrale du modèle cinétique, qui couple les processus de transport et de collision des particules à chaque pas de temps.

L'objectif général de ce travail est de développer un solveur unifié UGKS pour simuler les écoulements hypersoniques, multi-espèces, réactifs du régime raréfié au régime continu rencontrés lors des rentrées atmosphériques. Les objectifs scientifiques se déclinent en trois axes :

- Extension multi-espèces : étendre le modèle ES-BGK [2] aux gaz multi-espèces résolu par le schéma UGKS.
- Réactions chimiques : intégrer les réactions chimiques caractéristiques des écoulements hypersoniques de rentrée atmosphérique, d'abord sous l'hypothèse d'équilibre chimique, puis en déséquilibre [3] via l'ajout de termes sources dans le modèle ES-BGK.
- Implémentation : intégrer ces développements dans un code de calcul co-développé avec le CERFACS et optimisé pour les architectures GPU.

[1] C. Baranger, A. Coëpeau, L. Mieussens. *Adaptation of the unified gas-kinetic scheme to ES-BGK models*, 2026.

[2] J. Mathiaud, L. Mieussens, M. Pfeiffer. *An ES-BGK model for diatomic gases with correct relaxation rates for internal energies*. European Journal of Mechanics - B/Fluids, **96**, 65–77, 2022. doi : <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2022.07.003>.

[3] Y. Wei, J. Cao, K. Xu. *Unified gas-kinetic scheme for reactive flow with multi-scale transport and chemical non-equilibrium*. Journal of Computational Physics, **546**, 114514, 2026. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2025.114514>.

[4] K. Xu, J.-C. Huang. *A unified gas-kinetic scheme for continuum and rarefied flows*. Journal of Computational Physics, **229(20)**, 7747–7764, 2010. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2010.06.032>.

Contact : tom.chauveau@onera.fr

Stabilité non-linéaire d'un couplage faible entre une méthode particulaire et un solide rigide.

Clément DUFOUR, Ecole Centrale Nantes, LHEEA - Nantes, France

La méthode ISPH soulève des problèmes mathématiques théoriques intéressants ainsi que des difficultés considérables en matière de convergence et de stabilité. L'analyse de la méthode repose aujourd'hui essentiellement sur des expériences numériques limitées, malgré des résultats mathématiques établis aux débuts de la méthode [1, 2]. La méthode ISPH bénéficierait donc d'une analyse numérique plus rigoureuse.

En particulier, la simulation d'interaction fluide-structure impliquant des structures légères immergées dans des fluides denses est un problème reconnu dans la littérature. Notamment en raison de l'instabilité de masse ajoutée liée au traitement explicite des conditions aux limites d'interface dans les schémas de couplage partitionnés [3]. Dans le cadre de la méthode d'*Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics* (ISPH) couplée explicitement à un corps rigide, ces instabilités ont été observées pour de faibles rapports de densité solide/fluide ou pour des corps géométriquement minces. Bien qu'un couplage implicite des schémas puissent résoudre ces instabilités, cela augmenterait considérablement le coût de calcul d'une méthode déjà coûteuse.

En suivant l'approche proposée par Burman et Fernandez [4] et Degroote et al. [5], ce travail propose la stabilisation d'un couplage explicite entre la méthode ISPH et un solide rigide. Une analyse de stabilité du système couplé ISPH/corps rigide est ensuite réalisée. Les conditions d'apparitions de l'instabilité sont étudiées et analysées. Plus précisément, la stabilité non linéaire est démontrée dans des configurations simplifiées et les erreurs introduites par le terme de stabilisation sont quantifiées. De plus, à la connaissance des auteurs, ce travail constitue la première analyse formelle des erreurs de la méthode ISPH.

- [1] S. Mas-Gallic and P. A. Raviart. A particle method for first-order symmetric systems. *Numerische Mathematik*, 51(3) :323–352, May 1987.
- [2] Jean-Paul Vila. Méthodes particulières régularisées. Développements récents et nouvelles applications. *ESAIM : Proceedings*, 3 :131–146, 1998.
- [3] P. Causin, J.F. Gerbeau, and F. Nobile. Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid–structure problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(42–44) :4506–4527, October 2005.
- [4] Erik Burman and Miguel A. Fernández. Stabilization of explicit coupling in fluid–structure interaction involving fluid incompressibility. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(5–8) :766–784, January 2009.
- [5] Joris Degroote, Abigail Swillens, Peter Bruggeman, Robby Haelterman, Patrick Segers, and Jan Vierendeels. Simulation of fluid–structure interaction with the interface artificial compressibility method. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 26(3–4) :276–289, March 2010.

Contact : clement.dufour@ec-nantes.fr

Periodic solution computation for spatio-temporal conservative systems: Application to the 1D McKean-Vlasov model

Abdoul Aziz DIALLO, PhLAM - Physique des Lasers Atomes et Molécules - Lille

Maxime HERDA, Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Clément EVAIN, PhLAM - Physique des Lasers Atomes et Molécules - Lille

Serge BIELAWSKI, PhLAM - Physique des Lasers Atomes et Molécules - Lille

In this work, we investigate the application of classical Newton and Newton–Picard[3] methods to the computation of periodic solutions of temporal or spatio-temporal systems. For conservative systems—those possessing one or more first integrals, the standard formulations of these methods do not inherently preserve the relevant invariants, and periodic orbits typically form families parametrized by conserved quantities. Building on the continuation framework for periodic orbits in conservative dynamical systems developed in [4], we apply these ideas to incorporate conserved quantities directly into Newton- and Newton–Picard-type iterations, treating linear invariants (e.g., mass) explicitly. The resulting mass-preserving algorithms are used to compute a family of periodic solutions and a bifurcation diagram of the McKean–Vlasov model, which, as the overdamped limit of the Vlasov–Fokker–Planck equation [1], provides a fundamental mean-field setting for developing invariant-preserving continuation methods relevant to electron bunch dynamics in particle accelerators[2].

- [1] Y.-P. Choi, O. Tse. *Quantified overdamped limit for kinetic Vlasov–Fokker–Planck equations with singular interaction forces*. Journal of Differential Equations, pp. 150–207, 2022.
- [2] C. Evain, et al. *Stable coherent terahertz synchrotron radiation from controlled relativistic electron bunches*. Nature Physics, 2019.
- [3] K. Lust, D. Roose, A. Spence, A. R. Champneys. *An Adaptive Newton–Picard Algorithm with Subspace Iteration for Computing Periodic Solutions*. SIAM Journal on Scientific Computing, **19(4)**, 1188, 1998.
- [4] F. J. Muñoz-Almaraz, E. Freire, J. Galán, E. Doedel, A. Vanderbauwhede. *Continuation of periodic orbits in conservative and Hamiltonian systems*. Physica D : Nonlinear Phenomena, 2003.

Contact : adiallo@univ-lille.fr

Shape optimization using φ -FEM

Raphaël BULLE, MIMESIS team, Inria - Strasbourg

Stéphane COTIN, MIMESIS team, Inria - Strasbourg

Louis DUCONGE, SPHINX/MIMESIS teams, Inria - Nancy/Strasbourg

Michel DUPREZ, MIMESIS team, Inria - Strasbourg

The level-set method for evolving interfaces was first introduced in [7] and has been applied to a variety of shape optimization problems (see e.g. [1]). The core idea of this method is to use a level-set description of the domain to be optimized and modify this level-set e.g. by the derivation of optimality conditions via the shape derivative of the domain.

Like the level-set method, the φ -FEM (first introduced in [4]) takes advantage of a description of the domain via a level-set. The φ -FEM is an immersed boundary finite element method with optimal convergence rate and conditioning which does not require any non-standard quadrature rule on cut cells nor non-standard finite element shape functions [3, 4]. Thus, the φ -FEM is naturally well suited to be used with the level-set method to perform shape optimization as it provides a good description of the evolving boundary without any re-meshing of the domain.

In this contribution, we describe a preliminary study on a shape optimization algorithm based on the level-set method using φ -FEM to solve the state equations. This algorithm is implemented in FEniCSx via the recent FormOpt shape optimization toolbox [5] and the phiFEM python package [2]. We present our method and its application on shape optimization by comparing with a standard non-conforming FEM [6] in different types of shape optimization problems, in two dimensions.

- [1] G. Allaire, F. Jouve, A.-M. Toader. *A level-set method for shape optimization*. Comptes Rendus. Mathématique, **334(12)**, 1125–1130, 2002. doi :10.1016/S1631-073X(02)02412-3.
- [2] R. Bulle, M. Duprez, K. Vuillemot. *phiFEM : a convenience package for using phiFEM with FEniCSx*, 2025. doi :10.6084/m9.figshare.30373546.v1.
- [3] M. Duprez, V. Lleras, A. Lozinski. *A new φ -FEM approach for problems with natural boundary conditions*. Numerical Methods for Partial Differential Equations, **39(1)**, 281–303, 2023. doi : 10.1002/num.22878.
- [4] M. Duprez, A. Lozinski. *φ -FEM : a finite element method on domains defined by level-sets*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **58(2)**, 2020. doi :10.1137/19M1248947. Publisher : Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [5] J. D. Díaz-Avalos, A. Laurain. *FormOpt : A FEniCSx toolbox for level set-based shape optimization supporting parallel computing*, 2026. doi :10.48550/arXiv.2601.05709. ArXiv :2601.05709 [math].
- [6] A. Laurain. *A level set-based structural optimization code using FEniCS*, 2018. doi : 10.48550/arXiv.1705.01442. ArXiv :1705.01442 [math].
- [7] S. Osher, J. A. Sethian. *Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations*. Journal of Computational Physics, **79(1)**, 12–49, 1988. doi : 10.1016/0021-9991(88)90002-2.

Contact : louis.duconge@univ-lorraine.fr

A positivity-preserving DDFV scheme for a cross-diffusion system

El Houssaine QUENJEL, MIA, La Rochelle Université - La Rochelle, France

Mohamed RHOUDAF, LMI, Université Moulay Ismaïl - Meknès, Maroc

Oussama EL FAHRI, LMI, Université Moulay Ismaïl - Meknès, Maroc

This work is devoted to the design and implementation of a second-order Discrete Duality Finite Volume (DDFV) scheme for a coupled diffusion system on general polygonal meshes. A central issue in this setting is the preservation of the non-negativity of the numerical solution, a fundamental physical requirement in diffusion models. To address this difficulty, we introduce a suitable flux construction within the DDFV framework that combines positivity preservation with second-order accuracy. The proposed approach is formulated directly at the level of the discrete flux operators, so that the positivity-preserving property is ensured without degrading accuracy and consistency. Numerical experiments on polygonal meshes confirm the expected order of accuracy and illustrate the robustness of the proposed method for several test configurations.

Contact : o.elfahri@edu.umi.ac.ma

Algorithmes d'optimisation de formes accéléré par apprentissage.

Arselane HADJ SLIMANE, CMAP, CNRS, École polytechnique, IPP - Palaiseau, France

Grégoire ALLAIRE, CMAP, CNRS, École polytechnique, IPP - Palaiseau, France

L'optimisation de formes est un domaine crucial en analyse numérique et en calcul des structures, qui vise à améliorer des objets géométriques en minimisant des fonctionnelles d'intérêt telles que l'énergie, la compliance ou des critères de performance [1, 2]. Contrairement aux approches classiques d'optimisation paramétrique, on cherche ici à optimiser directement le domaine spatial lui-même. La notion de dérivée de forme est alors centrale : c'est la différentielle de Fréchet par rapport à la perturbation du bord ; elle capture l'influence des déformations du domaine sur la solution des équations aux dérivées partielles (EDP) et sur la fonctionnelle objectif à minimiser. Dans ce cadre, nous proposons deux approches complémentaires pour améliorer les algorithmes d'optimisation de formes à l'aide de réseaux de neurones.

La première approche porte sur le calcul du gradient de forme, qui est le représentant de la dérivée de forme dans un produit scalaire choisi. Ce produit scalaire est classiquement pris comme celui de l'espace de Sobolev H^1 , ce qui fournit une déformation représentant une direction de descente pour l'algorithme d'optimisation. Cependant, ce choix est arbitraire et n'exploite pas la structure géométrique propre au problème. Nous proposons donc d'utiliser des approches de méta-optimisation [3] pour apprendre, via un réseau de neurones, un produit scalaire mieux adapté à la géométrie du problème, et ainsi accélérer la convergence de l'algorithme.

La seconde approche concerne la représentation des formes elles-mêmes. Une méthode très répandue consiste à représenter le domaine par une fonction level-set, égale à zéro au bord, négative à l'intérieur et positive à l'extérieur — telle que la distance signée au bord [2]. De telles fonctions sont connues dans la communauté des réseaux de neurones sous le nom de champs neuraux implicites (Implicit Neural Fields, INF) [4]. En exploitant cette connexion, on peut apprendre une représentation dans un espace latent de l'ensemble des formes, telles que représentées par leurs level-sets. Ceci permet de développer, par apprentissage, un modèle de réduction d'ordre non linéaire pour l'espace des formes, ouvrant ainsi la voie à une exploration plus efficace de l'espace de conception.

- [1] G. Allaire. *Conception optimale de structures*. Springer, 2007.
- [2] G. Allaire, F. Jouve, A.-M. Toader. *Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method*. *Journal of computational physics*, **194(1)**, 363–393, 2004.
- [3] T. Chen, X. Chen, W. Chen, H. Heaton, J. Liu, Z. Wang, W. Yin. *Learning to optimize : A primer and a benchmark*. *Journal of Machine Learning Research*, **23(189)**, 1–59, 2022.
- [4] J. J. Park, P. Florence, J. Straub, R. Newcombe, S. Lovegrove. *DeepSDF : Learning continuous signed distance functions for shape representation*. In *2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 165–174, 2019.

Contact : arselane.hadj-slimane@polytechnique.edu

Schéma volumes finis pour l'équation de Richards avec plusieurs types de roches sur des maillages polygonaux

El-Houssaine QUENJEL, MIA - La Rochelle
Yannis LEBRUN, MIA - La Rochelle

Les réserves d'eau potable diminuent régulièrement à l'échelle mondiale en raison du changement climatique, de la salinisation et de la surexploitation. La modélisation et la simulation numérique permettent de prévoir la contamination des sous-sols et de suivre l'évolution des niveaux d'eau souterraine. Dans cette étude, nous nous intéressons à l'équation de Richards qui régit l'écoulement non saturé dans les milieux poreux sous l'action de la capillarité et de la gravité. Dans des environnements souterrains réalistes, cette équation doit être résolue dans des milieux où apparaissent de fortes discontinuités des propriétés hydrogéologiques aux interfaces entre différents types de roches. Ces discontinuités soulèvent des difficultés de modélisation et d'approximation, telles que la conservation des flux aux interfaces ou la régularité de la solution. Bien que des travaux antérieurs aient traité le cas des maillages orthogonaux [1], de tels maillages ne permettent pas de représenter des géométries complexes, et les méthodes existantes présentent des limitations en termes de robustesse, de précision d'ordre supérieur et de coût computationnel [2]. La méthode des Volumes Finis à Dualité Discrète (DDFV) constitue une alternative intéressante, car elle permet de traiter des maillages polygonaux généraux (qui ne satisfont pas nécessairement la condition d'orthogonalité requise pour les maillages de volumes finis) [3] tout en garantissant la conservation locale des flux. La modélisation de l'équation de Richards dans des hydrosystèmes hétérogènes nécessite une discrétisation capable de prendre en compte la nature multi-échelle du problème ainsi qu'un traitement adéquat des interfaces, tout en conservant un nombre raisonnable d'inconnues afin de maîtriser le coût de calcul. Cette étude examine la formulation DDFV associée à des traitements d'interface permettant de gérer ces discontinuités au moyen de plusieurs cas tests. Elle vise également à développer un solveur robuste offrant une meilleure précision. Cet objectif est particulièrement important pour des applications telles que la gestion des eaux souterraines.

- [1] S. Bassetto, C. Cancès, G. Enchéry, Q.-H. Tran. *Upstream mobility finite volumes for the Richards equation in heterogenous domains*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **55(5)**, 2101–2139, 2021. doi :10.1051/m2an/2021047.
- [2] M. W. Farthing, F. L. Ogden. *Numerical Solution of Richards' Equation : A Review of Advances and Challenges*. Soil Science Society of America Journal, **81(6)**, 1257–1269, 2017. doi : 10.2136/sssaj2017.02.0058.
- [3] E. H. Quenjel. *Positive Scharfetter-Gummel finite volume method for convection-diffusion equations on polygonal meshes*. Applied Mathematics and Computation, **425**, 127071, 2022. doi : 10.1016/j.amc.2022.127071.

Contact : yannis.lebrun@univ-lr.fr

Modélisation du flux sanguin dans le cerveau : couplage entre les équations de Stokes et de Darcy

Ethan LEIGNIER, LMR UMR CNRS 9008 - Reims
Stephanie LOHRENGEL, LMR UMR CNRS 9008 - Reims
Stéphanie SALMON, LMR UMR CNRS 9008 - Reims

L'électroencéphalographie (EEG) est l'une des modalités d'imagerie médicale les plus utilisées pour le diagnostic d'activités cérébrales pathologiques, comme l'épilepsie. De nombreuses études ont démontré que la précision de la localisation des sources d'activité neuronale dépend fortement d'une bonne connaissance de la conductivité électrique, qui constitue l'un des paramètres du modèle mathématique de l'EEG.

L'objectif de ces travaux est d'étudier la prise en compte de la circulation sanguine et son impact sur les mesures d'EEG. Dans cette communication, nous présenterons une première étude théorique et numérique autour des équations de Stokes, de la loi de Darcy, ainsi que de leur couplage.

Pour la loi de Darcy, l'étude s'est concentrée sur le choix de la formulation variationnelle (Laplace, Primal, Duale) ainsi que sur la sélection de couples d'espaces d'éléments finis adaptés. Des cas tests [1] ont permis de comparer ces formulations en termes d'ordres de convergence et de qualité d'erreur, conduisant à la sélection des approches les plus pertinentes.

Le couplage entre ces deux modèles, représentant le passage des vaisseaux sanguins vers les capillaires, modélisés comme un milieu poreux à l'échelle macroscopique, est ensuite étudié à travers différentes conditions d'interface [2], [3] et [4]. Ces différentes stratégies sont analysées en lien avec les formulations retenues pour la loi de Darcy, afin d'identifier les choix numériques les plus adaptés.

Enfin, nous présenterons des simulations numériques réalisées avec *FreeFEM++* sur des géométries simples, sans solution exacte, dans le cas de conditions aux limites réalistes.

Références

- [1] Guillaume Dollé and Pierre Mollo. Numerical Tour Fluid Dynamics, <https://numtourcfld.pages.math.cnrs.fr/doc/NumtourCFD/v1.0.1-alpha.2/home.html>.
- [2] Elissa Eggenweiler, Marco Discacciati, and Iryna Rybak. Analysis of the Stokes-Darcy problem with generalised interface conditions. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 56(2) :727–742, March 2022.
- [3] William J. Layton, Friedhelm Schieweck, and Ivan Yotov. Coupling Fluid Flow with Porous Media Flow. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 40(6) :2195–2218, January 2002.
- [4] J. M. Urquiza, D. N' Dri, A. Garon, and M. C. Delfour. A numerical study of primal mixed finite element approximations of Darcy equations. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 22(8) :901–915, August 2006.

Contact : ethan.leignier@univ-reims.fr

Etude quantitative de décroissance pour un modèle de sprays épais linéarisé

Fabien RICHARD, LJLL/CEA DAM DIF - Paris **Bruno DESPRÉS**, LJLL - Paris
Christophe BUET, CEA DAM DIF - Arpajon

Les sprays, définis comme des suspensions de fines particules dans un fluide porteur, interviennent dans de nombreux phénomènes physiques, des processus de combustion aux aérosols médicaux. Nous considérons ici un modèle gaz-particules couplant une description macroscopique du fluide à une description cinétique de la phase dispersée. Lorsque la fraction volumique des particules n'est pas négligeable, le couplage par les forces de traînée et la fraction volumique conduit aux équations dites de « sprays épais » (thick sprays) [1].

La stabilité linéaire de ce système autour d'équilibres homogènes a été établie précédemment à l'aide de fonctions de Lyapunov [2], et des estimations de retour à l'équilibre ont été obtenues dans le cas linéaire barotrope sans traînée [3]. Dans ce travail, nous étudions les propriétés quantitatives de décroissance et la structure de dissipation du système couplé linéarisé dans un cadre barotrope. Notre approche repose sur une reformulation adéquate des équations ainsi que sur des outils issus de la théorie cinétique [4]. Ce travail constitue une première étape vers une étude quantitative de la stabilité linéaire des systèmes couplés fluide-cinétique.

- [1] L. Boudin, L. Desvillettes, R. Motte. *A modeling of compressible droplets in a fluid*. Communications in Mathematical Sciences, **1(4)**, 657–669, 2003.
- [2] C. Buet, B. Després, L. Desvillettes. *Linear stability of thick sprays equations*. Journal of Statistical Physics, **190(3)**, 53, 2023.
- [3] C. Buet, B. Després, V. Fournet. *Analog of linear landau damping in a coupled vlasov–euler system for thick sprays*. Communications in Mathematical Sciences, **23(1)**, 235–258, 2024.
- [4] C. Mouhot, L. Neumann. *Quantitative perturbative study of convergence to equilibrium for collisional kinetic models in the torus*. Nonlinearity, **19(4)**, 969–998, 2006.

Contact : fabien.richard@sorbonne-universite.fr

Application du Calcul Extérieur Discret (DEC) à la magnétohydrodynamique

Wail SOUICI, GAMMA3, UTT - Troyes

Brice PORTELENELLE, GAMMA3, UTT - Troyes

Dina RAZAFINDRALANDY, LaSIE, La Rochelle Université - La Rochelle

Emmanuelle ROUHAUD, GAMMA3, UTT - Troyes

Dans le domaine de la simulation numérique, la construction d'un schéma robuste est essentielle. La discrétisation classique des équations différentielles provoque souvent la perte de propriétés géométriques fondamentales. Les lois de conservation de la physique ne sont alors plus forcément vérifiées au niveau discret. Pour des systèmes physiques complexes couplant plusieurs dynamiques, comme en magnétohydrodynamique (MHD) [4], cette perte de structure peut conduire à des solutions qui ne respectent plus certaines propriétés essentielles du modèle. Pour pallier cela, nos travaux s'appuient sur le Calcul Extérieur Discret (DEC), initié par les travaux d'Hirani [3], et s'inscrivent dans la continuité des approches géométriques introduites par Bossavit [2] concernant l'utilisation des formes de Whitney en électromagnétisme computationnel. Au lieu d'approcher numériquement les opérateurs différentiels classiques, le DEC s'appuie sur le formalisme du calcul extérieur continu pour le transposer directement au monde discret. Ainsi, les grandeurs physiques ne sont plus de simples variables discrètes évaluées en des points, mais sont représentées par des p -formes différentielles intégrées sur les éléments géométriques du maillage (nœuds, arêtes, faces, cellules). Les opérateurs continus γ sont traduits entre autres par la dérivée extérieure discrète d et l'opérateur de Hodge discret \star . L'avantage majeur de ce cadre géométrique est de satisfaire la propriété $d^2 = 0$ ainsi que le théorème de Stokes de manière exacte, préservant ainsi structurellement des invariants mathématiques et physiques du système continu.

Nous appliquons ce formalisme aux équations de la MHD, en étudiant à la fois le modèle idéal (sans dissipation) et le modèle résistif (intégrant la résistivité électrique et la viscosité). Afin de valider cette approche, différents schémas numériques sont implémentés dans un code de calcul en Fortran [1]. Ce poster présentera les résultats de notre étude de convergence spatio-temporelle sur des cas-tests hydrodynamiques fondamentaux. Nous y illustrerons concrètement l'impact de la régularité du maillage (structuré ou non-structuré) ainsi que l'influence de l'opérateur de Hodge discret (diagonal ou analytique) sur les erreurs spatiale et temporelle. Enfin, le poster mettra en perspective ces résultats avec nos travaux de validation en cours sur des cas-tests MHD standards, visant à démontrer la robustesse globale de cette méthode géométrique.

- [1] R. Ayoub. *Développement d'une méthode de discrétisation des edps basée sur le calcul extérieur discret*. Ph.D. thesis, La Rochelle Université, 2020. Disponible sur : <https://theses.hal.science/tel-03327048v1>.
- [2] A. Bossavit. *Computational Electromagnetism : Variational Formulations, Complementarity, Edge Elements*. Academic Press, 1998.
- [3] A. N. Hirani. *Discrete exterior calculus*. Ph.D. thesis, California Institute of Technology, 2003. Disponible sur : https://hirani.web.illinois.edu/papers/Hirani2003_PhD_Caltech.pdf.
- [4] C. Pagliantini. *Computational magnetohydrodynamics with discrete differential forms*. Ph.D. thesis, ETH Zurich, 2016. Disponible sur : <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010722079>.

Contact : wail.souici@utt.fr

Développement d'une méthodologie hybride CFD-DSMC pour simuler les écoulements à haute vitesse en régime raréfié

Matias STANDAERT, ONERA - DMPE/HEAT - Toulouse
Jean-Michel LAMET, ONERA - DEMPE/HEAT - Toulouse
Julien LABAUNE, ONERA - DMPE/LPA - Palaiseau
Yann DAUVOIS, ONERA - DMPE/HEAT - Toulouse

Au-delà de 80 km d'altitude, les écoulements autour des capsules de rentrée atmosphérique et des jets de moteurs-fusées sont hypersoniques, multi-espèces, réactifs, et présentent un degré hétérogène de raréfaction. Les approches numériques permettant de simuler ce type d'écoulements sont doubles. D'une part, la méthode stochastique Direct Simulation Monte Carlo (DSMC) [1], qui consiste en la simulation d'un grand nombre de particules et de leurs collisions successives. D'autre part, l'approche continue basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes à l'équilibre thermodynamique local (NS-AET). Afin de profiter du coût de calcul relativement faible de l'approche NS et de la plus haute fidélité physique de la DSMC, une méthodologie pertinente est le couplage hybride CFD-DSMC [3], nécessitant la spécification d'une interface entre les deux domaines, basée sur un critère de raréfaction [2], [4].

Actuellement, l'ONERA développe le solveur CHARME-MTE, basé sur la résolution des équations NS Multi-Température (MTE). Cette approche permet de modéliser de manière continue le déséquilibre des différents modes énergétiques (translationnel, rotationnel, vibrationnel, électronique). L'intérêt de l'approche est d'étendre le domaine CFD en conservant une haute fidélité physique, tout en réduisant le coût de calcul important associé au domaine DSMC.

Les simulations réalisées sans couplage pour le cas d'un jet supersonique en très forte détente dans une tuyère millimétrique (cas de Grabe [5] adapté à des conditions *chaudes* dans le réservoir) seront présentées. Une comparaison sera faite des approches DSMC, NS-AET et NS-MTE, notamment au niveau des champs de vitesse et de température. Ensuite, une discussion sur la validité des critères d'interface existants et leur adaptation à l'approche MTE sera également incluse.

- [1] G. Bird. *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*. Oxford University Press, 1994.
- [2] I. Boyd, C. Gang, C. Graham V. *Predicting failure of the continuum fluid equations in transitional hypersonic flows*. *Physics of Fluids*, **7**, 210–219, 1995. doi :10.1063/1.868720.
- [3] I. Boyd, T. Schwartzentruber. *A hybrid particle-continuum method applied to shock waves*. *Journal of Computational Physics*, **215(2)**, 2006. doi :10.1016/j.jcp.2005.10.023.
- [4] A. Garcia, B. Alder. *Generation of the chapman-enskog distribution*. *Journal of Computational Physics*, **140(1)**, 66–70, 1998.
- [5] M. Grabe, R.-D. Boettcher, S. Fasoulas, K. Hannemann. *Numerical simulation of nozzle flow into high vacuum using kinetic and continuum approaches*. In *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, pp. 423–430. Springer Berlin Heidelberg, 2010.

Contact : matias.standaert@onera.fr

Modélisation de la dynamique de la colonisation des surfaces par des bactéries dans des gradients d'oxygène et d'antibiotiques

François CASTELLA, IRMAR - Rennes Yohan DAVIT, IMFT - Toulouse
Hélène HIVERT, IRMAR - Rennes François PEAUDECERF, IPR - Rennes
Cyprien THÉAUDIN, IRMAR - Rennes

Dans cette étude, nous nous intéressons à la colonisation bactérienne des surfaces. Dans leur environnement, les bactéries sont soumises à des gradients d'oxygène et d'antibiotiques, et passent souvent d'un mode de vie "en suspension" dans le liquide à un mode de vie attaché à une surface [1], [2]. L'objectif est d'étudier comment les gradients peuvent influencer ces processus et de proposer des modèles mathématiques permettant de mieux les comprendre. Ces modèles sont construits en interaction avec des observations expérimentales issues de la biologie avec la bactérie *Pseudomonas putida*.

Dans un premier temps, nous introduisons un modèle simple d'équations différentielles ordinaires afin de décrire la dynamique de populations bactériennes soumises à différentes concentrations d'antibiotiques. Ce cadre permet notamment d'explorer les conditions de survie et d'adaptation des bactéries.

Dans un second temps, nous considérons un modèle de type Keller–Segel [3] pour décrire la colonisation spatiale d'une surface en présence de gradients d'oxygène. Ce modèle met en évidence des phénomènes de couplage entre colonisation de surface et propagation d'une onde chimiotactique.

Références

- [1] N. Q. Balaban, J. Merrin, R. Chait, L. Kowalik, S. Leibler. *Bacterial Persistence as a Phenotypic Switch*. Science, **305(5690)**, 1622–1625, 2004.
- [2] B. Borer, R. Tecon, D. Or. *Spatial organization of bacterial populations in response to oxygen and carbon counter-gradients in pore networks*. Nature Communications, **9(1)**, 769, 2018.
- [3] E. F. Keller. *Traveling Bands of Chemotactic Bacteria : A Theoretical Analysis*.

- [1] N. Q. Balaban, J. Merrin, R. Chait, L. Kowalik, S. Leibler. *Bacterial Persistence as a Phenotypic Switch*. Science, **305(5690)**, 1622–1625, 2004.
- [2] B. Borer, R. Tecon, D. Or. *Spatial organization of bacterial populations in response to oxygen and carbon counter-gradients in pore networks*. Nature Communications, **9(1)**, 769, 2018.
- [3] E. F. Keller. *Traveling Bands of Chemotactic Bacteria : A Theoretical Analysis*.

Contact : cyprien.theaudin@univ-rennes.fr

Modeling constrained Cosserat beams for control problems

Eliot THYS, L2S - Gif-sur-Yvette

This presentation deals with modelling and analysis of a system of nonlinear PDE called the Cosserat equations, which describe the dynamics of deformable beams.

The field of soft robotics has been significantly developing over the last few decades. Soft robots, which are made of continuous flexible materials in contrast to rigid robots, offer a promising new point of view for complex tasks in interaction with changing environments, such as locomotion. This point of view takes inspiration from the locomotion abilities of animals. In particular, many soft locomotors have elongated shapes, either in biological (snakes, eels) or robotic systems [2].

Deriving dynamical equations for elongated flexible materials (called beams) is a long-standing mechanical modelling problem. In particular, large deformations can be handled with the formalism of Cosserat equations [3], stated about a century ago. However, because they are a system of partial differential equations (PDEs), open questions remain about their well-posedness, on which there are very few studies, often in restrictive cases [1]. Moreover, having in mind the applications in robotics, it is suitable to study these equations as an infinite-dimensional control problem and to include important mechanical constraints within the Cosserat equations.

Therefore, in this talk, I will present the derivation of the constrained Cosserat equations and discuss its well-posedness and controllability.

First, using a Lagrangian formalism on the a matrix Lie group G and Euler-Poincaré reduction, I will obtain a variational problem of the Lie algebra \mathfrak{g} . Based on duality and functional operators, this variational problem is a unified formalism that allows to take into account any mechanical constraint on the beam (for example, inextensibility, or obstacles in the environment). While an important distinction is usually made between holonomic and nonholonomic constraints, this formalism allows to treat both constraint types simultaneously. Then, I will emphasize the unconstrained Cosserat equations that can be written as a system of nonlinear hyperbolic partial differential equations in the following way :

$$\begin{cases} I\partial_t\eta - H\partial_x(\xi - \xi_0) - \text{ad}_\eta^* I\eta + \text{ad}_\xi^* H(\xi - \xi_0) = 0 \\ \partial_x\eta - \partial_t\xi = [\eta, \xi] \\ \xi(t, 0) = \xi_0(0), \quad \xi(t, 1) = \xi_0(1) \\ (\eta(0, x), \xi(0, x)) = (\eta^{in}(x), \xi^{in}(x)) \end{cases} \quad (1)$$

where $\eta, \xi : [0, T] \times [0, 1] \rightarrow \mathfrak{g}$ are the unknowns, $\text{ad}_\eta \xi = [\eta, \xi]$ is the Lie bracket generated by the Lie group, $H, I \in \mathcal{L}(\mathfrak{g}, \mathfrak{g})$ and $\eta^{in}, \xi^{in}, \xi_0 : [0, 1] \rightarrow \mathfrak{g}$. Finally, I will briefly present the future directions for the study of the controllability of snake-inspired robots, modeling forces as control, and give some preliminary results on the well posedness (local existence in time in $\mathcal{C}^k([0, T] \times [0, 1]; \mathfrak{g}^2)$) and the controllability.

- [1] S. S. Antman, T. I. Seidman. *The parabolic-hyperbolic system governing the spatial motion of nonlinearly viscoelastic rods*. Archive for rational mechanics and analysis, **175(1)**, 85–150, 2005.
- [2] C. Armanini, F. Boyer, A. T. Mathew, C. Duriez, F. Renda. *Soft robots modeling : A structured overview*. IEEE Transactions on Robotics, **39(3)**, 1728–1748, 2023.
- [3] E. M. P. Cosserat, F. Cosserat. *Théorie des corps déformables*. A. Hermann et fils, 1909.

Contact : eliot.thys@centralesupelec.fr

Compression Tenseur-Train d'opérateurs intégraux à noyau $r^{-\beta}$

Anthony TOROSYAN, G2Elab - Grenoble

Olivier CHADEBEC, G2Elab - Grenoble

Jean-Michel GUICHON, G2Elab - Grenoble

Gérard MEUNIER, G2Elab - Grenoble Jean-René POIRIER, Laplace - Toulouse

On s'intéresse dans ce résumé à la compression de matrices issues d'opérateurs intégraux. Ces opérateurs interviennent fréquemment dans la modélisation de phénomènes électromagnétiques où il est commun de rencontrer des problèmes sous la forme de systèmes intégral-différentiels à résoudre. Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^D$, $D \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, lipschitzien, on considère la matrice $\mathcal{G} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ telle que $\mathcal{G}_{I,J} := (G(\psi_I), \psi_J)_{L^2(\mathcal{Q}_h)}$ où \mathcal{Q}_h est une partition de Ω et $(\psi_I)_{I=0}^{n-1}$ constitue une base polynomiale d'un certain espace discret S_h de dimension n . L'opérateur G sera supposé de la forme $G(\psi_I) := g * \psi_I$ où $*$ est la convolution, $\text{supp}(\psi_I) \subset \Omega$ et $g(x) := \sigma/||x||^\beta$, où $\sigma > 0$ dépend de D , $0 < \beta \leq D - 1$ et $||\cdot||$ est la norme euclidienne. La matrice \mathcal{G} est dense, ainsi, la complexité de stockage est $\mathcal{O}(n^2)$. Il faut donc la compresser. Ici, on se propose d'étudier la compression à travers le paradigme de la tensorisation et de la représentation Tenseur-Train.

On choisit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n := n_1 \dots n_d$, $d \in \mathbb{N}$, $d > 1$, avec $(n_1, \dots, n_d) \in \mathbb{N}^d$. La tensorisation de \mathcal{G} est l'isomorphisme qui donne $\hat{\mathcal{G}} \in \mathbb{C}^{n_1 \times n_1} \otimes \dots \otimes \mathbb{C}^{n_d \times n_d}$ (voir [4]). La représentation Tenseur-Train [4] de $\hat{\mathcal{G}}$ est ensuite donnée par $\hat{\mathcal{G}} = \sum_{k_0, \dots, k_d=1}^{r_0, \dots, r_d} \mathcal{G}_1^{k_0, k_1} \otimes \dots \otimes \mathcal{G}_d^{k_{d-1}, k_d}$, avec par convention $r_0 = r_d = 1$, $\mathcal{G}_l \in \mathbb{C}^{r_{l-1} \times n_l \times n_l \times r_l}$, $l \in \{1, \dots, d\}$, et $\{r_0, \dots, r_d\} \in \mathbb{N}^d$ sont les rangs. La complexité de la représentation est donnée par $\text{compl}(\hat{\mathcal{G}}) := \sum_{l=1}^d r_{l-1} n_l^2 r_l$. Si les rangs sont "petits" alors $\text{compl}(\hat{\mathcal{G}}) \ll n^2$.

Dans [5], une méthode numérique est construite pour calculer $\hat{\mathcal{G}}_\varepsilon$, l'approximation de $\hat{\mathcal{G}}$ pour une précision $\varepsilon > 0$. Cependant, elle ne permet pas de savoir a priori quelle compression on peut espérer en fonction de ε . C'est cette compréhension que nous voulons essayer d'apporter et qui revient au problème suivant :

Soit $|||\cdot|||$ une norme telle que $|||\hat{\mathcal{G}} - \hat{\mathcal{G}}_\varepsilon||| \leq \varepsilon$, avec $\hat{\mathcal{G}}_\varepsilon$ une approximation Tenseur-Train de $\hat{\mathcal{G}}$ et $\varepsilon > 0$, on cherche à borner $\text{compl}(\hat{\mathcal{G}}_\varepsilon)$ en fonction des données du problème.

On se restreindra au domaine $\Omega = [0, 1]^D$, et on construira $\hat{\mathcal{G}}_\varepsilon$ à partir d'une approximation g_ε du noyau g . Pour construire g_ε , on utilisera [3] pour approximer g en une somme de Gaussiennes et avec le paradigme développé dans [1], [2], nous en déduirons sa représentation Tenseur-Train dans un système de splines adapté.

- [1] M. Ali, A. Nouy. *Approximation theory of tree tensor networks : Tensorized univariate functions*. Constructive Approximation, **58(2)**, 463–544, 2023.
- [2] M. Ali, A. Nouy. *Approximation theory of tree tensor networks : Tensorized multivariate functions*. arXiv preprint arXiv :2101.11932, 2025.
- [3] G. Beylkin, L. Monzón. *Approximation by exponential sums revisited*. Applied and Computational Harmonic Analysis, **28(2)**, 131–149, 2010.
- [4] W. Hackbusch. *Tensor spaces and numerical tensor calculus*, vol. 42. Springer, 2012.
- [5] A. Torosyan, B. Bannwarth, O. Chadebec, J.-M. Guichon, G. Meunier, J.-R. Poirier. *Tensor-train compression of a volume integral eddy current problem in discontinuous galerkin*, 2026. Manuscrit soumis dans International Journal for Numerical Methods in Engineering. Disponible sur HAL : <https://hal.science/hal-05548273v1>.

Contact : anthony.torosyan@grenoble-inp.fr

Convergence Rates For Non-degenerate Elliptic PDEs On Junctions With Kirchhoff Conditions

Phi Hoang TRAN, IRMAR - INSA Rennes - France

Olivier LEY, IRMAR - INSA Rennes - France

Othmane JERHAOUI, IRMAR - INSA Rennes - France

Hélène HIVERT, IRMAR - INRIA - France

We present monotone finite-difference schemes for second-order nonlinear elliptic equations on a junction, with Dirichlet conditions at the boundary vertices and a Kirchhoff condition at the interior vertex, see [1] for a more general problem. In contrast with fully coupled discretizations on the whole junction studied by Morfe [4], we propose a decoupling strategy : the network problem is reduced to a family of Dirichlet problems posed on the individual branches and parametrized by the unknown junction value. Each branch problem is solved by a monotone scheme inspired by Crandall and Lions [2], while the junction value is recovered from a scalar nonlinear flux-balance equation by a Newton-type method. This approach is simple to implement, preserves sparsity, and is well suited to extensions to more general networks. On each branch, the numerical analysis yields first-order convergence for the solution and order 1/2 for the discrete derivative. At the junction level, the reconstruction recovers the classical 1/2 convergence rate obtained for coupled schemes such as the one in [4]. We illustrate the method for Hamiltonians of absolute-value type, using Lax–Friedrichs and upwind numerical approximations. The resulting nonlinear algebraic systems are solved by a semi-smooth Newton method, in particular Howard’s algorithm, together with recent techniques for nonlinear absolute value equations proposed in [3].

- [1] G. Barles, O. Ley, E. Topp. *Degenerate Elliptic PDEs on a Network with Kirchhoff Conditions*. Preprint, arXiv :2509.12848 [math.AP] (2025), 2025.
- [2] M. G. Crandall, P.-L. Lions. *Two approximations of solutions of Hamilton-Jacobi equations*. Math. Comput., **43**, 1–19, 1984. doi :10.2307/2007396.
- [3] A. Daniilidis, M. Haddou, T. M. Le, O. Ley, P. H. Tran. *Solving Nonlinear Absolute Value Equations*. Preprint, arXiv :2402.16439 [math.OC] (2026), 2026.
- [4] P. S. Morfe. *Convergence & rates for Hamilton-Jacobi equations with Kirchhoff junction conditions*. NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl., **27(1)**, Paper No. 10, 69, 2020. doi : 10.1007/s00030-020-0615-1.

Contact : hoang-phi.tran@insa-rennes.fr

Optimisation topologique par homogénéisation de structures lattices pour la conception optimale d'un déshuileur

Yann TRAN, CMAP, Safran Tech - Palaiseau, Magny-les-Hameaux
Grégoire ALLAIRE, CMAP - Palaiseau **Florian FEPPON**, NUMA - KU Leuven
Chiara NARDONI, Safran Tech - Magny-les-Hameaux
Martin BIHR, Safran Transmission Systems - Colombes

Le déshuileur ou séparateur air-huile est une pièce située dans les moteurs d'avion permettant de traiter un brouillard composé d'air et de gouttelettes d'huile issu du fonctionnement du moteur. Le déshuileur permet de séparer les deux phases de ce mélange à l'aide d'un matériau poreux présent dans la pièce.

L'objectif de ce travail est de concevoir une forme optimale du matériau poreux minimisant simultanément la consommation d'huile et la perte de charge. Nous présentons la modélisation de l'écoulement du mélange air-huile dans le milieu poreux et l'optimisation topologique [1] du matériau par une méthode d'homogénéisation [7], [2].

Le matériau poreux est initialement représenté par un domaine composé de cellules périodiques [3], chacune contenant un obstacle paramétrisé (par exemple rectangulaire en 2D). Une procédure d'homogénéisation, consistant à étudier le comportement limite du matériau lorsque la taille des cellules tend vers zéro, est appliquée afin d'obtenir un modèle moyennisé sans perforations [4]. Cette homogénéisation permet notamment de réduire le coût numérique des simulations. Les paramètres de microstructure du modèle homogénéisé sont ensuite optimisés à l'aide de l'algorithme Null Space [5]. Une dernière étape de déshomogénéisation [6] permet de reconstruire un matériau poreux à partir des paramètres de microstructure optimisés.

- [1] G. Allaire. *Conception optimale de structures*, vol. 58 of *Math. Appl. (Berl.)*. Berlin : Springer, 2007. doi :10.1007/978-3-540-36856-4.
- [2] G. Allaire. *A brief introduction to homogenization and miscellaneous applications*. ESAIM : Proceedings, **37**, 1–49, 2012. doi :10.1051/proc/201237001.
- [3] C. Conca. *Mathematical modeling of the steam-water condensation in a condenser*. Large-Scale Computations in Fluid Mechanics, **22**, 1985.
- [4] C. Conca. *On the application of the homogenization theory to a class of problems arising in fluid mechanics*. J. Math. Pures Appl. (9), **64**, 31–75, 1985.
- [5] F. Feppon, G. Allaire, C. Dapogny. *Null space gradient flows for constrained optimization with applications to shape optimization*, 2019. Working paper or preprint.
- [6] P. Geoffroy Donders. *Homogenization method for topology optimization of structures built with lattice materials*. Theses, Université Paris Saclay, 2018.
- [7] F. Murat, L. Tartar. *Calculus of variations and homogenization*. In *Topics in the mathematical modeling of composite materials*, pp. 139–173. Boston, MA : Birkhäuser, 1997.

Contact : yann.tran@safrangroup.com

Modelling and contact control of slender locomotors - Applications to bio inspired robotics

Lucas VAUDRON, LS2N - Nantes

Slender locomotors have been the subject of increasing attention in recent years due to their remarkable energetic efficiency and adaptability to complex environments. These systems achieve locomotion through complex gaits enabled by their large number of degrees of freedom, which raises important challenges both in robotics and mathematics. In this poster, we present a mathematical model of such locomotors and derive conditions on the number and the type of controls required to control the system. We are primarily interested in Small-Time Local Controllability (STLC), that is whether the system can be steered locally in any direction in arbitrary small time.

Although slender locomotors have been widely studied, a mathematical framework capable of capturing and explaining the complex gaits observed in nature has yet to be fully developed, particularly regarding contact modeling. Indeed, existing models in literature are often developed from a numerical perspective, tailored to a specific robot or using shape-based controls [1]. Despite its recognized importance in related problems such as micro-swimmer dynamics [2], elasticity is frequently neglected, and positive STLC results are still lacking, even in discrete models [3].

Slender locomotors are typically modeled as high-dimensional nonlinear control systems, with finite-dimensional models taking the form of an affine control system with drift :

$$\dot{q} = f_0(q) + \sum_{i=1}^m u_i(t) f_i(q), \quad u(t) = (u_i(t))_{1 \leq i \leq m} \in \Omega \quad (\text{Aff.})$$

where we denote $q \in \mathbb{R}^d$ the state of the control system, $f_0 \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)$ the drift vector field, $(f_i)_{1 \leq i \leq m} \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}^d, \mathbb{R}^d)^m$ the control vector fields, $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ the set of control constraints and $u \in L^\infty([0, T], \Omega)$ the control. The main tools characterizing the STLC property of (Aff.) are Lie brackets, which capture the non-commutativity between the vector fields $(f_i)_{0 \leq i \leq m}$. While there exist some sufficient conditions for establishing STLC of (Aff.) (such as the celebrated Sussmann condition), sharp necessary conditions are known only for $m = 1, 2$.

Considering a locomotor moving in a plane, modeled as a discrete system of n elastic beams, we use Lagrangian mechanics to derive a control system of the form (Aff.) governing the locomotor's motion. This model notably incorporates internal control in torques and forces, contact control and stiffness (both angular and linear). We present a detailed study of the controllability of the system in the inertia-free case with $n = 2, 3$. The system being not STLC using only contact control, we review what types of internal controls allow us to recover STLC. We also highlight the importance of anisotropic friction in the case where only internal controls are available. We conclude by outlining several perspectives we intend to address in our future work.

- [1] F. Boyer, S. Ali, M. Porez. *Macrocontinuous dynamics for hyperredundant robots : application to kinematic locomotion bioinspired by elongated body animals*. IEEE Transactions on Robotics, **28(2)**, 303–317, 2011.
- [2] K. Ishimoto, J. Herault, C. Moreau. *Bending–compression coupling in extensible slender microswimmers*. Journal of Fluid Mechanics, **1020**, A1, 2025.
- [3] P. Liljeback, K. Y. Pettersen, Ø. Stavdahl, J. T. Gravdahl. *Controllability and stability analysis of planar snake robot locomotion*. IEEE Transactions on Automatic Control, **56(6)**, 1365–1380, 2010.

Contact : lucas.vaudron@ls2n.fr

Dynamic reordering and quasi-Newton partitioned solvers for strongly coupled thermo-hygro-corrosive PDEs in underground radioactive waste storage

Jacques DE LAMARE, Université Paris-Saclay, CEA, Service de la Corrosion et du Comportement des Matériaux dans leur Environnement - Gif-sur-Yvette, France

Christopher NAHED, Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Études Mécaniques et Thermiques - Gif-sur-Yvette, France

Daniel ZEGARRA VASQUEZ, Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Études Mécaniques et Thermiques - Gif-sur-Yvette, France

The French national agency for radioactive waste management (ANDRA) is currently developing CIGÉO, an underground disposal facility based on a steel-lined tunnel network. Over long time scales, corrosion prediction in such structures requires the simulation of strongly coupled thermo-hygro-corrosive partial differential equations, combining heat transfer, water-vapor transport, oxygen transport, and interfacial rust growth. In particular, threshold-type evaporation/condensation phenomena at the air-steel interface make the coupled problem highly nonlinear [2]. In this context, numerical methods must remain accurate enough to preserve strong-coupling effects, while being computationally efficient enough to support large numerical campaigns.

Recent work introduced the *chicken-egg* algorithm, a partitioned quasi-Newton strategy based on dimensionless coupling indicators, which dynamically characterizes cross-physics interaction strengths, reorders partitioned solvers accordingly, and activates synchronization only when required [3]. This strategy was shown to preserve tight-coupling accuracy while significantly reducing redundant synchronization iterations and wall-clock time compared with classical monolithic or diagonalized strategies.

This work presents ongoing developments of this framework in *Cast3M*, a Fortran-based Finite-Element kernel, toward faster quasi-Newton partitioned solvers. The first contribution is a residual-based acceleration inserted inside the thermal module outside synchronization stages, relying on Anderson-type corrections [1] combined with robustness filters. The second contribution is a controlled adaptive reuse of tangent matrices and, in practice, of their direct-solver factorizations, in the spirit of Shamanskii-type modified Newton methods [4], aimed at reducing the dominant cost of repeated linear solves. Current numerical experiments indicate that, in regimes where the residual-based acceleration is effectively triggered, the number of thermal nonlinear iterations and the total wall-clock time are significantly reduced. When combined with adaptive factorization reuse, the gain becomes larger, while monitored temperature norms remain unchanged up to negligible relative differences.

Beyond raw performance, the objective is to design scalable partitioned solvers for industrial multiphysics PDEs, while preparing the next developments of the framework, in particular more generic numerical coupling indicators and future extensions to more complex industrial configurations.

- [1] D. G. Anderson. *Iterative procedures for nonlinear integral equations*. J. ACM, **12**(4), 547–560, 1965. doi : 10.1145/321296.321305.
- [2] J. de Lamare. *CORRAT - Modélisation de la corrosion atmosphérique, condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air ambiant, modèle de corrosion atmosphérique en micro-tunnel haute activité*. Notes techniques CEA-Saclay, DPC, SCCME, 2014-2019.
- [3] C. Nahed, J. de Lamare. *Dynamic characterization of cross-physics coupling strengths, a methodology to coupling and reordering partitioned solvers for multiphysics applications*. Computers and Structures, **307**, 107615, 2025. doi : 10.1016/j.compstruc.2024.107615.
- [4] V. E. Shamanskii. *A modification of Newton's method*. Ukrainian Mathematical Journal, **19**(1), 118–122, 1967. doi :10.1007/BF01085183.

Contact : daniel.zegarravasquez@cea.fr

Index alphabétique des orateurs

Al Achaal Batoul	
Stability of a serially connected piezoelectric-elastic systems with time delay.	
Session parallèle 1 - Exposé 1 - Mardi, 16h30, Salle de l'Arbre	118
Al Humaikani Sarah	
Problèmes de diffraction dans des jonctions de demi-espaces stratifiés	
Session parallèle 3 - Exposé 1 - Mardi, 16h30, Salle Abbatiiale	130
Al Sayed Ali Mouhamad	
Mixed precision implicit numerical schemes for solving large systems of ordinary differential equations	
Session parallèle 6 - Exposé 1 - Jeudi, 15h00, Salle de l'Arbre	147
Al Sayed Ali Mouhamad	
Simulation tools for Kerr combs generation in Fabry-Perot resonators	
Session posters 1 - Poster 1 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	170
Alamichel Claire	
Modèles de dynamique évolutive de populations - modélisation, analyse et simulations numériques à l'aide d'un schéma AP	
Minisymposium 11 - Exposé 1 - Jeudi, 10h30, Salle de l'Arbre	82
Ali Ahmad Ali	
Space-Time Finite Volume Method with Anisotropic Adaptative Mesh for Numerical Fluid Mechanics	
Session parallèle 5 - Exposé 1 - Mercredi, 10h30, Salle du Parc	142
Alvarez Laguna Alejandro	
Moment models based on a Hilbert expansion for the kinetic equation of electrons in a weakly-ionized plasma	
Minisymposium 12 - Exposé 1 - Jeudi, 10h30, Salle de la Hollande	87
Arnoult Arthur	
Algorithme pararéel pour des équations différentielles stochastiques	
Minisymposium 13 - Exposé 1 - Jeudi, 10h30, Salle Abbatiiale	92
Assi Ali	
Green Waves and Homogenization for a Hamilton-Jacobi Traffic Flow Model	
Session parallèle 3 - Exposé 2 - Mardi, 16h50, Salle Abbatiiale	131
Bai Yubo	
Lyapunov functions and stability of linear two-dimensional hyperbolic systems	
Session parallèle 1 - Exposé 3 - Mardi, 17h10, Salle de l'Arbre	120
Baloul Nail	
Event-triggered control and observer design for infinite-dimensional systems	
Session parallèle 9 - Exposé 1 - Jeudi, 15h00, Salle du Parc	159
Baudet Cédric	
Modèles effectifs pour l'équation de Helmholtz dans un coin avec couche mince	
Session parallèle 3 - Exposé 3 - Mardi, 17h10, Salle Abbatiiale	132
Bellotti Thomas	
Strong stability of characteristic discretizations of IBVP : the case of lattice Boltzmann schemes	
Minisymposium 1 - Exposé 4 - Lundi, 17h00, Salle de la Hollande	34
Benninghoff Mathieu	
Second order explicit stabilized multirate method for stiff differential equations with error control	
Minisymposium 2 - Exposé 1 - Lundi, 15h30, Salle Abbatiiale	36
Berry Jules	
A nonsmooth extension of the Brezzi-Rappaz-Raviart approximation theorem via metric regularity techniques	
Session parallèle 3 - Exposé 4 - Mardi, 17h30, Salle Abbatiiale	133
Bertrand Virgile	
The Structural Method for Partial Differential Equations	

Session parallèle 6 - Exposé 2 - Jeudi, 15h20, Salle de l'Arbre	148
Bertret Victor	
Contrôle prédictif et application en économie d'énergie	
Minisymposium 17 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle Abbatale	107
Biasone Daniele	
A Comparative Assessment of Moment-Based Closures for Flows at Various Levels of Rarefaction	
Minisymposium 3 - Exposé 1 - Lundi, 15h30, Salle du Parc	41
Blaustein Alain	
A structure preserving scheme for Vlasov-Poisson type models	
Minisymposium 8 - Exposé 1 - Mercredi, 10h30, Salle de l'Arbre	66
Boileau Matthieu	
Simulations micromagnétiques et parallélisation GPU de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert stochastique	
Session parallèle 10 - Exposé 1 - Vendredi, 09h00, Salle de la Hollande	163
Bouchereau Yann	
Long-time numerical simulation of the wave equation in heterogeneous media	
Session posters 1 - Poster 2 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	171
Boulard Vincent	
Non-commutativité en transport non local	
Session parallèle 9 - Exposé 2 - Jeudi, 15h20, Salle du Parc	160
Boulerie Nora	
Analyse et mise en oeuvre numérique d'un modèle dispersif hyperbolique de propagation de vagues	
Minisymposium 1 - Exposé 1 - Lundi, 15h30, Salle de la Hollande	31
Boulogne Pierre	
Diffraction by a rough thin layer on an arbitrary shaped object : the periodic and random cases	
Session parallèle 3 - Exposé 5 - Mardi, 17h50, Salle Abbatale	134
Bourel Christophe	
Écoulement de l'eau dans les aquifères peu profonds	
Minisymposium 10 - Exposé 1 - Mercredi, 10h30, Salle Abbatale	77
Boutin Benjamin	
Ondes discrètes, stabilité et phénomènes de bord dans les schémas numériques	
Conférence plénière 1 - Mardi, 15h00, Salle de l'Arbre	20
Branchu-Harel Arthur	
Co-résolution du pas de temps par optimisation sous contraintes pour les solveurs implicites	
Minisymposium 7 - Exposé 1 - Mardi, 10h30, Salle du Parc	61
Brehier Charles-Edouard	
Schémas préservant la structure pour des équations aux dérivées partielles stochastiques	
Conférence plénière 2 - Vendredi, 10h30, Salle de l'Arbre	21
Bronasco Eugén	
Backward Error Analysis of Isospectral Integrators via Lie–Poisson Reduction of Butcher Series	
Minisymposium 2 - Exposé 2 - Lundi, 16h00, Salle Abbatale	37
Brunelli Filippo	
Domain decomposition based preconditioning techniques for a unique continuation problem subject to the wave equation	
Session parallèle 5 - Exposé 2 - Mercredi, 10h50, Salle du Parc	143
Bulle Raphaël	
Residual based a posteriori error analysis for -FEM	
Session parallèle 2 - Exposé 1 - Mardi, 16h30, Salle de la Hollande	124
Busnot Laurent Adrien	
On aromatic trees and related algebraic structures for the study of volume-preserving numerical integrators	
Minisymposium 5 - Exposé 1 - Mardi, 10h30, Salle de la Hollande	52
Cadiot Matthieu	
Preuves assistées par ordinateur pour des EDPs sur \mathbb{R}^n	
Session parallèle 4 - Exposé 1 - Mardi, 16h30, Salle du Parc	136
Caparello Domenico	
Hierarchical dynamic domain decomposition methods for the multiscale Boltzmann equation	
Minisymposium 4 - Exposé 1 - Mardi, 10h30, Salle de l'Arbre	46
Carlier Valentin	
Finite elements for the simulation of plasma turbulence in the Tokamak boundary	
Minisymposium 6 - Exposé 1 - Mardi, 10h30, Salle Abbatale	57

Castellano Margherita	
Convergence analysis of a finite volume scheme for a phase-field model of a ternary mixture with surfactants	
Minisymposium 9 - Exposé 1 - Mercredi, 10h30, Salle de la Hollande	72
Castro Torre Ramiro Ezequiel	
Stochastic modelling for coupled acceleration and velocity gradient in isotropic turbulence	
Minisymposium 15 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle de l'Arbre	100
Chaaban Farah	
Méthode numérique basée sur le contrôle optimal pour résoudre des problèmes de transmission avec coefficients changeant de signe	
Session parallèle 9 - Exposé 3 - Jeudi, 15h40, Salle du Parc	161
Chassard Martin	
Neural Network approximation of the Mortensen observer in high-dimension	
Session parallèle 4 - Exposé 2 - Mardi, 16h50, Salle du Parc	137
Chassonnery Pauline	
Mécanique du contact dans un milieu poreux fracturé	
Minisymposium 10 - Exposé 2 - Mercredi, 11h00, Salle Abbatale	78
Chatelain Matthieu	
A spatio-temporal random synthetic turbulent velocity field : The underlying Gaussian structure and its Lagrangian properties	
Minisymposium 15 - Exposé 2 - Jeudi, 17h30, Salle de l'Arbre	101
Chauveau Tom	
Développement d'un schéma unifié pour simuler les écoulements multi-espèces réactifs pour la rentrée atmosphérique	
Session posters 1 - Poster 3 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	172
Chauvier Madeline	
Solutions multiples et simulations pour un problème de charges d'espace appliqué aux lignes de transport d'électricité à courant continu haute tension (HVDC)	
Session parallèle 2 - Exposé 2 - Mardi, 16h50, Salle de la Hollande	125
Clément Dufour	
Stabilité non-linéaire d'un couplage faible entre une méthode particulière et un solide rigide.	
Session posters 1 - Poster 4 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	173
Compain Marie	
A shock-capturing numerical scheme for a non-conservative self-organized hydrodynamics model	
Minisymposium 1 - Exposé 2 - Lundi, 16h00, Salle de la Hollande	32
Contentin Ewan	
Simulation numérique du mouvement d'un cylindre flottant dans le régime de Boussinesq	
Session parallèle 5 - Exposé 3 - Mercredi, 11h10, Salle du Parc	144
Cosserat Oscar	
Generating functions for variational integrators	
Minisymposium 5 - Exposé 2 - Mardi, 11h00, Salle de la Hollande	53
Couvez Antonin	
Condition de convergence de l'algorithme de Newton pour un système de transport-réactif sous cinétique en milieu poreux saturé	
Minisymposium 7 - Exposé 2 - Mardi, 11h00, Salle du Parc	62
Coëpeau Alexis	
Construction d'une méthode hybride déterministe-stochastique qui préserve le comportement asymptotique des modèles cinétiques ES-BGK	
Minisymposium 3 - Exposé 2 - Lundi, 16h00, Salle du Parc	42
Dang Ngoc Do Quyen	
Acceleration of Newton-like methods for nonlinear algebraic systems by preflattening techniques	
Minisymposium 7 - Exposé 3 - Mardi, 11h30, Salle du Parc	63
Debrabant Enriquer	
Spectral analysis and global dynamics of a structured SIS model with mutation	
Minisymposium 18 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle du Parc	112
Diallo Abdoul Aziz	
Periodic solution computation for spatio-temporal conservative systems : Application to the 1D Mckean-Vlasov model	
Session posters 1 - Poster 5 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	174
Djemel Cheima	

Un modèle réduit exact pour la conception d'un jumeau numérique d'un réseau de distribution d'eau basé sur l'assimilation de données en temps réel	
Session parallèle 2 - Exposé 3 - Mardi, 17h10, Salle de la Hollande	126
Doumic Marie	
Modélisation mathématique de la dynamique des télomères	
Conférence plénière 3 - Jeudi, 14h00, Salle de l'Arbre	22
Duconge Louis	
Shape optimization using -FEM	
Session posters 1 - Poster 6 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	175
Dupuy Sacha	
Numerical stability of Hermite moments system coupled to the Poisson equation	
Minisymposium 12 - Exposé 2 - Jeudi, 11h00, Salle de la Hollande	88
El Fahri Oussama	
A positivity-preserving DDFV scheme for a cross-diffusion system	
Session posters 1 - Poster 7 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	176
El Hajj Chehade Mohamad	
Analyse d'un système parabolique dégénéré modélisant la dynamique cellulaire au sein d'une crypte intestinale	
Session parallèle 7 - Exposé 1 - Jeudi, 15h00, Salle de la Hollande	151
El Hajj Wissam	
Regimes and mechanisms of inflammation described by reaction-diffusion systems	
Minisymposium 18 - Exposé 2 - Jeudi, 17h30, Salle du Parc	113
En-Nebbazi Nassim	
Modified equations for the long-time study of stochastic numerical schemes related to optimization	
Minisymposium 2 - Exposé 3 - Lundi, 16h30, Salle Abbatiiale	38
Ezzehi Sofiane	
A Hyper-Reduced Neural Network-Augmented Semi-Smooth Newton Method for Nonlinear Parametric Variational Inequalities	
Session parallèle 4 - Exposé 3 - Mardi, 17h10, Salle du Parc	138
Fliscounakis Agnès	
Méthodes de point intérieur pour le calcul non linéaire des structures : de la programmation conique au recalage paramétrique à grande échelle	
Minisymposium 17 - Exposé 2 - Jeudi, 17h30, Salle Abbatiiale	108
Fostier Louis	
PINNs for structured population dynamics inference : Application to oocyte dynamics in fish ovaries	
Session parallèle 7 - Exposé 2 - Jeudi, 15h20, Salle de la Hollande	152
Fournet Victor	
Non-linear control variate in delta-f methods using symplectic neural networks	
Minisymposium 6 - Exposé 2 - Mardi, 11h00, Salle Abbatiiale	58
Gerber-Roth Anthony	
Spectral approach for a homogenization problem using boundary integral operators	
Session parallèle 2 - Exposé 4 - Mardi, 17h30, Salle de la Hollande	127
Ghantous Joyce	
A hyperelastic model for cardiac deformation applied to multimodal registration of MRI and optical mapping data	
Session parallèle 7 - Exposé 3 - Jeudi, 15h40, Salle de la Hollande	153
Grosse Bastien	
A model of plasma-wall interaction : the dynamical plasma sheath	
Minisymposium 12 - Exposé 3 - Jeudi, 11h30, Salle de la Hollande	89
Fully spectral method for the linearized Boltzmann BGK equation	
Minisymposium 8 - Exposé 2 - Mercredi, 11h00, Salle de l'Arbre	67
Hadj Slimane Arselane	
Algorithmes d'optimisation de formes accéléré par apprentissage	
Session posters 1 - Poster 8 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	177
Harbreteau Thomas	
An efficient second-order positivity-preserving IMEX finite volume scheme for compressible flows on staggered meshes.	
Session parallèle 5 - Exposé 4 - Mercredi, 11h30, Salle du Parc	145
Hasenohr Ivan	
Online parameter reconstruction for bilinear control systems with applications to MRI	
Session parallèle 9 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Salle du Parc	162

Hayat Amaury	
How will AI help mathematicians?	
Conférence plénière 4 - Lundi, 14h30, Salle de l'Arbre	23
Herda Maxime	
Vlasov-Fokker-Planck modeling of relativistic electron beams in storage rings	
Minisymposium 4 - Exposé 2 - Mardi, 10h54, Salle de l'Arbre	47
Hirstoaga Sever	
Modèles asymptotiques et méthode parabolique pour des équations de Vlasov multi-échelles	
Minisymposium 8 - Exposé 3 - Mercredi, 11h30, Salle de l'Arbre	68
Hivert Hélène	
Analyse numérique d'une équation cinétique avec une limite Hamilton-Jacobi non locale	
Minisymposium 4 - Exposé 3 - Mardi, 11h18, Salle de l'Arbre	48
Hou Yingtong	
Multi-indices Butcher Series	
Minisymposium 5 - Exposé 3 - Mardi, 11h30, Salle de la Hollande	54
Houssier Quentin	
Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés	
Session parallèle 8 - Exposé 1 - Jeudi, 15h00, Salle Abbatale	155
Jerhaoui Othmane	
Unbounded viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations with mechanical Hamiltonian in Wasserstein space	
Minisymposium 17 - Exposé 3 - Jeudi, 18h00, Salle Abbatale	109
Kern Michel	
Écoulement dans un milieu poreux fracturé : analyse mathématique et numérique d'une formulation mixte	
Session parallèle 1 - Exposé 2 - Mardi, 16h50, Salle de l'Arbre	119
Kraemer Valentin	
Couplage de la décomposition de domaine (OSWR) avec un algorithme de projection de pression	
Minisymposium 13 - Exposé 2 - Jeudi, 10h54, Salle Abbatale	93
Laidin Tino	
Modélisation cinétique avec contrainte de congestion et application à la dynamique collective de Myxococcus xanthus	
Minisymposium 11 - Exposé 2 - Jeudi, 11h00, Salle de l'Arbre	83
Méthodes hybrides espace-temps pour les équations cinétiques collisionnelles	
Minisymposium 4 - Exposé 4 - Mardi, 11h42, Salle de l'Arbre	49
Lannabi Ibtissem	
A posteriori error estimators and adaptivity for CO sequestration	
Minisymposium 10 - Exposé 3 - Mercredi, 11h30, Salle Abbatale	79
Le Marrec Loic	
Sur la structure des équations de la dynamique des poutres et une classification des problèmes associés	
Minisymposium 5 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Salle de la Hollande	55
Lebrun Yannic	
Schéma volumes finis pour l'équation de Richards avec plusieurs types de roches sur des maillages polygonaux	
Session posters 1 - Poster 9 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	178
Lecourtier Frédérique	
Enriching continuous Lagrange finite element approximation spaces using neural networks	
Minisymposium 14 - Exposé 1 - Jeudi, 10h30, Salle du Parc	98
Leignier Ethan	
Modélisation du flux sanguin dans le cerveau : couplage entre les équations de Stokes et de Darcy	
Session posters 1 - Poster 10 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	179
Lespagnol Fabien	
Convergence analysis of a penalization method for compressible bubbly flows	
Minisymposium 9 - Exposé 2 - Mercredi, 11h00, Salle de la Hollande	73
Levillain Jessie	
Problème d'assignation aléatoire euclidienne pour le recalage d'images satellites	
Session parallèle 10 - Exposé 2 - Vendredi, 09h20, Salle de la Hollande	164
Lopez Surjus Romain	
A 3D hyperelastic lung model coupled to a 0D representation of the bronchial tree	
Session parallèle 4 - Exposé 4 - Mardi, 17h30, Salle du Parc	139

Macé Sébastien	
Exotic forests and new higher order methods for the invariant measure of ergodic SDEs on Riemannian manifolds	
Minisymposium 2 - Exposé 4 - Lundi, 17h00, Salle Abbatale	39
Marelli Alessandra	
Nonlinear preconditioning techniques for unbalanced nonlinear systems	
Minisymposium 7 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Salle du Parc	64
Martaud Ludovic	
Solveurs de Riemann approchés partiels pour le traitement de conditions aux bords dissipatives discrètes des équations de Saint-Venant.	
Minisymposium 1 - Exposé 3 - Lundi, 16h30, Salle de la Hollande	33
Martin Hugo	
How to Flatten the Curve : Should We Communicate on Incidence or Prevalence to Encourage Self-Isolation ?	
Minisymposium 18 - Exposé 3 - Jeudi, 18h00, Salle du Parc	114
Massimini Annamaria	
Structure-preserving hybrid finite volume scheme for an anisotropic cross-diffusion system	
Minisymposium 9 - Exposé 3 - Mercredi, 11h30, Salle de la Hollande	74
Two structure-preserving finite volume schemes for a generalized Poisson–Nernst–Planck system with cross-diffusion	
Minisymposium 6 - Exposé 3 - Mardi, 11h20, Salle Abbatale	59
Massot Josselin	
Méthodes numériques pour des plasmas froids d'électrons hautement électromagnétisés	
Session parallèle 5 - Exposé 5 - Mercredi, 11h50, Salle du Parc	146
Mathiaud Julien	
Generalized UGK Scheme in the Diffusive Limit	
Minisymposium 3 - Exposé 3 - Lundi, 16h30, Salle du Parc	43
Mauran Sophie	
Une extension du filtre de Kalman d'ensemble par méthodes à noyaux	
Session parallèle 4 - Exposé 5 - Mardi, 17h50, Salle du Parc	140
Maurer Paul	
Approximation de mesures multifractales par un système d'Ornstein-Uhlenbeck : convergence faible et application en turbulence lagrangienne.	
Minisymposium 15 - Exposé 3 - Jeudi, 18h00, Salle de l'Arbre	102
Mcsweeney-Davis Alexander	
Flow rate measurement in a heterogeneous fluid with acoustic waves	
Session parallèle 3 - Exposé 6 - Mardi, 18h10, Salle Abbatale	135
Mehrenberger Michel	
La méthode cascade pour l'équation de Vlasov	
Session parallèle 6 - Exposé 3 - Jeudi, 15h40, Salle de l'Arbre	149
Monaury Clément	
Vaccination behavior and the evolution of pathogen virulence	
Minisymposium 18 - Exposé 4 - Jeudi, 18h30, Salle du Parc	115
Morhain Clément	
Turbulence synthétique multifractale : modélisation et simulation à l'aide d'ondelettes à divergence nulle et de cascades aléatoires	
Minisymposium 15 - Exposé 4 - Jeudi, 18h30, Salle de l'Arbre	103
Moskowitz Sébastien	
Well-posedness of a stochastic Navier–Stokes system with dynamically coupled subgrid scales	
Session parallèle 10 - Exposé 3 - Vendredi, 09h40, Salle de la Hollande	165
Mroueh Mayssa	
Résolution de problèmes de transmission dans le domaine temporel en présence d'interfaces non bornées	
Session parallèle 1 - Exposé 4 - Mardi, 17h30, Salle de l'Arbre	121
Nouaime Nathalie	
Analyse de sensibilité pour les problèmes d'interaction fluide–structure	
Session parallèle 11 - Exposé 1 - Vendredi, 09h00, Salle Abbatale	166
Orita Ana-Maria	
Structural analysis of high-order centered compact schemes for wave and beam equations	
Session parallèle 1 - Exposé 5 - Mardi, 17h50, Salle de l'Arbre	122
Perrin Charlotte	
Contraintes de densité et phénomènes de congestion en mécanique des fluides	

Conférence plénière 5 - Mercredi, 09h00, Salle de l'Arbre	24
Rammal Ahmad	
Formalizing Mathematics at Scale	
Minisymposium 16 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle de la Hollande	105
Rappaport Ari	
Analyse d'un préconditionneur de décomposition de domaine à deux niveaux pour les équations de Maxwell harmoniques en milieux anisotropes	
Minisymposium 13 - Exposé 3 - Jeudi, 11h18, Salle Abbatale	94
Rey Thomas	
Méthodes numériques de type spectral pour résoudre l'équation de Boltzmann	
Conférence plénière 6 - Mardi, 14h00, Salle de l'Arbre	25
Sur une hiérarchie de méthodes numériques hybrides cinétiques/fluides pour des équations cinétiques collisionnelles multi-espèces	
Minisymposium 3 - Exposé 4 - Lundi, 17h00, Salle du Parc	44
Richard Fabien	
Etude quantitative de décroissance pour un modèle de sprays épais linéarisé	
Session posters 1 - Poster 11 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	180
Rieutord Clément	
Some Equations from Neurosciences	
Session parallèle 7 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Salle de la Hollande	154
Roussel Robin	
Minimisation d'énergie pour des condensats de Bose-Einstein en rotation via un schéma volumes finis	
Session parallèle 8 - Exposé 2 - Jeudi, 15h20, Salle Abbatale	156
Roux Tom	
Modélisation 3d-1d de structures fines actives dans un fluide visqueux	
Session parallèle 11 - Exposé 2 - Vendredi, 09h20, Salle Abbatale	167
Rozier Ezra	
Modelling internal tides using plane waves : a Plane Wave Discontinuous Galerkin method for the (linearized) rotating shallow water equations.	
Session parallèle 2 - Exposé 5 - Mardi, 17h50, Salle de la Hollande	128
Saleh Adel	
h-adaptive Hybridizable Discontinuous Galerkin methods for the study of diocotron-like equilibria and instabilities of the Guiding-Center model on general geometry	
Minisymposium 8 - Exposé 4 - Mercredi, 12h00, Salle de l'Arbre	69
Schwencke Nilo	
A unified perspective on PINNs and FEMs	
Session parallèle 2 - Exposé 6 - Mardi, 18h10, Salle de la Hollande	129
Simon Antoine	
High-order adaptive multistep coupling scheme for multiphysics applications	
Minisymposium 13 - Exposé 4 - Jeudi, 11h42, Salle Abbatale	95
Souici Wail	
Application du Calcul Extérieur Discret (DEC) à la Magnétohydrodynamique	
Session posters 1 - Poster 12 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	181
Soumaila Soré	
Parallélisation en espace-temps de l'équation de Landau-lifschitz dans des réseaux de Nanofils ferromagnétiques	
Session parallèle 8 - Exposé 3 - Jeudi, 15h40, Salle Abbatale	157
Standaert Matias	
Développement d'une méthodologie hybride CFD-DSMC pour simuler les écoulements à haute vitesse en régime raréfié	
Session posters 1 - Poster 13 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	182
Sultan Cédric	
Localization length for elastic waves propagating in layered random media	
Session parallèle 1 - Exposé 6 - Mardi, 18h10, Salle de l'Arbre	123
Taing Cécile	
On the Fisher infinitesimal model without variability	
Minisymposium 11 - Exposé 3 - Jeudi, 11h30, Salle de l'Arbre	84
Tapia Sebastian	
Numerical simulations of a quasilinear Gross-Pitaevskii equation with vanishing and nonvanishing conditions at infinity	
Session parallèle 8 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Salle Abbatale	158

Tazakkati Zoubair	
Plasmas électrons–ions en champs électromagnétiques intenses : approche gyrocinétique et modèle à gyromoments	
Minisymposium 12 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Salle de la Hollande	90
Thys Eliot	
Modeling constrained Cosserat beams for control problems	
Session posters 1 - Poster 15 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	184
Théaudin Cyprien	
Modélisation de la dynamique de la colonisation des surfaces par des bactéries dans des gradients d'oxygène et d'antibiotiques	
Session posters 1 - Poster 14 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	183
Tomaszek Aleksandra	
Model of adipocyte size dynamics under variable energy balance	
Minisymposium 11 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Salle de l'Arbre	85
Torosyan Anthony	
Compression Tenseur-Train d'opérateurs intégraux à noyau $\hat{r}^{-\beta}$	
Session posters 1 - Poster 16 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	185
Tran Hoang Phi	
Solving Nonlinear Absolute Value Equations	
Minisymposium 17 - Exposé 4 - Jeudi, 18h30, Salle Abbatale	110
Tran Hoang Phi	
Convergence Rates For Non-degenerate Elliptic PDEs On Junctions With Kirchhoff Conditions	
Session posters 1 - Poster 17 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	186
Tran Yann	
Optimisation topologique par homogénéisation de structures lattices pour la conception optimale d'un déshuileur	
Session posters 1 - Poster 18 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	187
Trinh Kim Han	
Numerical simulation of the three dimensional Vlasov-Poisson system in a torus	
Minisymposium 4 - Exposé 5 - Mardi, 12h06, Salle de l'Arbre	50
Truel Mathias	
Interpolation non linéaire pour des modèles réduits multiparamétriques	
Session parallèle 6 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Salle de l'Arbre	150
Trémant Léopold	
Uniform accuracy from geometric high-order averaging	
Session parallèle 4 - Exposé 6 - Mardi, 18h10, Salle du Parc	141
Vaudron Lucas	
Modelling and contact control of slender locomotors - Applications to bio inspired robotics	
Session posters 1 - Poster 19 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	188
Vidal Pauline	
Spline interpolation on a multi-patch geometry with an X-point for Vlasov-type equation solved with a BSL method	
Minisymposium 8 - Exposé 5 - Mercredi, 12h30, Salle de l'Arbre	70
Vignal Marie-Hélène	
Schémas asymptotiquement préservants	
Conférence plénière 7 - Jeudi, 09h00, Salle de l'Arbre	26
Wahl Teilo	
Une approche de décomposition de domaine pour l'entraînement de réseaux de neurones	
Minisymposium 13 - Exposé 5 - Jeudi, 12h06, Salle Abbatale	96
Weynans Lisl	
Problèmes inverses en électrocardiographie et en tomographie par impédance électrique	
Conférence plénière 8 - Mardi, 09h00, Salle de l'Arbre	27
Zegarra Vasquez Daniel	
The spectral domain decomposition method GenEO as a robust preconditioner for single-phase flow in fractured porous media	
Minisymposium 10 - Exposé 4 - Mercredi, 12h00, Salle Abbatale	80
Zegarra Vasquez Daniel	
Dynamic reordering and quasi-Newton partitioned solvers for strongly coupled thermo-hygro-corrosive PDEs in underground radioactive waste storage	
Session posters 1 - Poster 20 - Lundi, 17h30, Salle de l'Arbre	189
Zinsou Sagbo Mélain	

On the analysis and numerical solving of a fluid-structure toy problem	
Session parallèle 11 - Exposé 3 - Vendredi, 09h40, Salle Abbaticale	168
Zurek Antoine	
Une approche de type preuve assistée par ordinateur pour l'étude du système DPCM	
Minisymposium 9 - Exposé 4 - Mercredi, 12h00, Salle de la Hollande	75